

## מבוא לאלגברה לינארית 89-119, מועד ב', סמסטר א' תשע"ט

- מרצה: אחיה בר-און. מתרגלת: אלכסנדרה סימנובסקי.
- קורס: מבוא לאלגברה לינארית 01 – 89119.
- תאריך: י"ז אדר א' התשע"ט, 22/02/2019.
- משך המבחן: 3 שעות.
- חומר עזר: מחשבון.
- הוראות: לפניכם 5 שאלות ו 10 סעיפים (כל שאלה בת שתי סעיפים). יש לענות על כולם. על התשובות להיות מפורטות ומנומקות.
- ניקוד: כל סעיף 10 נקודות.
- ככל אצבע, דרך נכונה ומנומקת שווה 5 נקודות ותשובה סופית נכונה המתבססת על דרך נכונה שווה 5 נקודות.
- 5 נקודות ירדו על תשובה סופית ללא דרך מנומקת וכל שכן ש 5 נקודות ירדו על תשובה סופית שגויה (ללא תלות בסיבת הטעות).

**בהצלחה!**

1.

(א) נתונה מערכת משוואות לינארית התלויה בפרמטר  $a$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= -1 \\ 2x_1 + x_2 + ax_3 &= 1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 &= a \end{aligned}$$

מצאו ונמקו לאילו ערכי  $a$  למערכת פתרון יחיד? לאילו ערכי  $a$  למערכת אינסוף פתרונות? ולאילו ערכי  $a$  למערכת אין פתרון?

(ב) מצאו ונמקו לאילו ערכי  $a$  למערכת פתרון יחיד? לאילו ערכי  $a$  למערכת אינסוף פתרונות? ולאילו ערכי  $a$  למערכת אין פתרון?

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= -(2x_1 + x_2 + ax_3) \\ 3x_1 + x_2 + x_3 &= a \end{aligned}$$

2. נתונה המטריצה

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 6 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 3 \\ 2 & -4 & 5 & 8 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$$

(א) מצאו בסיסים למרחבים  $N(A)$ ,  $C(A)$ ,  $R(A)$ . (כאשר  $N(A)$  מרחב האפס של  $A$ ,  $C(A)$  מרחב העמודות של  $A$ ,  $R(A)$  מרחב השורות של  $A$ ).

(ב) נסמן  $v_1, v_2, v_3, v_4$  את עמודות  $A$ . האם הם בסיס ל  $\mathbb{R}^3$ ? אם כן, הוכיחו. אם לא, מצאו וקטור  $v \in \mathbb{R}^3$  שאינו שייך ל  $\text{span}\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ .

3. נתונה

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ a & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

התלויה בפרמטר  $a$ .

(א) מצאו  $|A|$  ומצאו עבור אילו ערכי  $a$  המטריצה  $A$  הפיכה.

$$.B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 0 & 5 & 10 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ (ב) נגדיר}$$

מצאו עבור אילו ערכי  $a$  הדרגה של  $BAB^t$  היא 2.

4. נתונה המטריצה

$$A = \begin{pmatrix} -7 & -3 & -6 \\ 0 & -4 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

(א) הוכיחו כי  $A$  לכסינה ומצאו מטריצה  $P$  הפיכה ו  $D$  אלכסונית כך ש

$$P^{-1}AP = D$$

(ב) הוכיחו כי  $P^{-1}A$  הפיכה (כאשר  $P$  המטריצה שמצאתם בסעיף הקודם) ומצאו את ההופכית שלה (כלומר, מצאו מטריצה  $B$  כך ש  $P^{-1}AB = I = BP^{-1}A$ ).

5. נתונים הוקטורים  $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $v = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$  ב  $\mathbb{R}^3$ .

(א) מצאו מטריצות אלמנטריות  $E_1, \dots, E_k$  ( $k$  טבעי ונתון לבחירתכם) כך ש

$$E_k \cdots E_1 u = v$$

(ב) מצאו וקטור  $w$  שונה מאפס כך ש  $\text{span}\{v, w\} \neq \text{span}\{v, \pi_w(v)\}$  (כאשר  $\pi_w(v)$  הוא ההטלה של  $v$  על  $w$ ).