תרגיל 3 גיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית תשע"ז

1. סווגו את המשטחים הריבועיים הבאים על ידי הבאתם לצורה קנונית.

   (א) $6x^2+5y^2+5z^2+2\sqrt{2}x(y+z)+2yz=1$.

   (ב) $3x^2-2y^2-z^2-4xy-12yz-8xz=1$.

   (ג) $x^2+y^2+z^2=\frac{3}{4}(x+y+z)^2$.

   (ד) $(z-2x-3y)(2z-5x+1)=0$.

   (ה) $\frac{x}{3}+\frac{4x^2}{9}+\frac{2y}{3}-\frac{8xy}{9}+\frac{4y^2}{9}+\frac{2z}{3}+\frac{4xz}{9}-\frac{4yz}{9}+\frac{z^2}{9}=1$.

   (ו) $-2x^2-y^2-2z^2+xz=1$.

2. מצאו וסווגו את הנקודות הקריטיות של הפונקציות הבאות.

   (א) $f(x,y)=3\left(x^2+y^2\right)+x^3+4y$.

   (ב) $f(x,y)=x^3+y^3-3xy$.

3. חשבו את אורכה של כל אחת מהעקומות הבאות באמצעות הנוסחה $L(\alpha)=\int_a^b \|\alpha'(t)\|\,dt$.

   (א) $\alpha(t)=\left(a\cos^3 t, a\sin^3 t\right)$, כאשר $a>0$ ו- $t\in[0,2\pi]$.

   (ב) $\alpha(t)=(2a\cos t+a\cos 2t, 2a\sin t-a\sin 2t)$, כאשר $a>0$ ו- $t\in[0,2\pi]$.

   (ג) $\alpha(t)=(a(t-\sin t), a(1-\cos t))$, כאשר $a>0$ ו- $t\in[0,2\pi]$.

   (ד) $\alpha(t)=(2a\cos t-a\cos 2t, 2a\sin t-a\sin 2t)$, כאשר $a>0$ ו- $t\in[0,2\pi]$.