

תרגיל 2 בקורס מתמטיקה בדידה

1. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

- (א) לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $(A \setminus B) \cup (B \setminus C) = A \setminus C$.
- (ב) לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) = A \setminus (B \cap C)$.
- (ג) לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $A \cup B = A \cup C$ אם ורק אם $B = C$.
- (ד) לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) = B$ אם ורק אם $A = B$ וגם $B \cap C = \emptyset$.
- (ה) לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $(A \setminus B) \cup C = (A \cup C) \setminus B$ אם ורק אם $B \cap C = \emptyset$.
- (ו) לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $A \Delta B = A \Delta C$ אם ורק אם $B = C$.
- (ז) לכל שתי קבוצות A, B מתקיים $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cup B)$ אם ורק אם $A \subseteq B$ או $B \subseteq A$.
- (ח) לכל שתי קבוצות A, B מתקיים $\mathcal{P}(A) \Delta \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \Delta B)$.

2. לכל אחת מהפונקציות הבאות בדקו האם היא חח"ע והאם היא על. נמקו!

- (א) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ המוגדרת ע"י $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$.
- (ב) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ המוגדרת ע"י $f(x) = x^2 + 7x + 10$.
- (ג) $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ המוגדרת ע"י $f(x, y) = (x + y, x - y)$.
- (ד) הראו ש $f: \mathcal{P}(\mathbb{N}) \times \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N}) \times \mathcal{P}(\mathbb{N})$ המוגדרת ע"י $f(A, B) = (A \cup B, A \cap B)$.
- (ה) $f: \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$ המוגדרת ע"י $f(A) = \{x + y : x, y \in A\}$.

הערה: לקבוצה A נסמן ב $A \times A$ את כל הזוגות של איברים מתוך A . למשל $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ זהו המישור הרגיל שאנחנו מכירים.