

מועד א' – חדו"א 2

זמן המבחן: 4 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את:

א. $\int x e^{(x^2)} dx$

ב. $\int x^2 \ln(x) dx$

2. (שאלה מבגרות) יהי פרמטר $a \in \mathbb{R}$ ונביט בפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 2x - a}{e^{-x}}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו עבור אילו ערכים של הפרמטר יש לפונקציה שתי נקודות קיצון.

ג. נתון כי לפונקציה ישנן שתי נקודות קיצון, והעבירו דרכן ישרים המאונכים לציר ה- x . המרחק בין שני הישרים הוא 6.

מצאו את הערך של הפרמטר a .

הציבו את ערך הפרמטר a שמצאתם בסעיף ג', והמשיכו לסעיפים הבאים:

ד. מצאו את סוגי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ה. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ו. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. מצאו את השטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ לבין ציר ה- x , בתחום שבין הישרים $x = -5$ וציר ה- y .

3.

א. קבעו האם האינטגרל הבא מתכנס

$$\int_1^{\infty} \frac{1+x}{e^x+x} dx$$

ב. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{k^2 + 3kn + 2n^2}$$

4.

א. קרבו את $\sin\left(\frac{1}{2}\right)$ עד כדי שגיאה של $\frac{1}{100}$.

ב. קרבו את $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ עד כדי שגיאה של $\frac{1}{100}$.

5. נביט בפונקציה $f(x) = \int_0^x \sqrt{t} \cdot e^t dt$

א. מצאו את הערך המינימלי של הפונקציה $f(x)$ בקטע $[0, \infty)$.

ב. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x^{\frac{3}{2}}}$.

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

טורי חזקות ידועים: