

תצוגה נורמלית של משחק (Normal Form Game)

ניתן להציג את המשחק בתור טבלה - כל שחקן הוא מימד, על השורות/עמודות רושמים את הפעולות, ובתאים עצמם יש את התועלות של השחקנים בכל תוצאה של המשחק.
לדוגמה - אבן נייר ומספריים:

	Rock	Paper	Scissors
Rock	(0, 0)	(-1, 1)	(1, -1)
Paper	(1, -1)	(0, 0)	(-1, 1)
Scissors	(-1, 1)	(1, -1)	(0, 0)

משחק עם מספר רב של שחקנים

בדרך כלל מבחינת הייצוג נרצה לנצל את הסימטריה(כאשר היא קיימת) בין השחקנים - העובדה שהשחקנים הם זהים

משחק תחרותי - סכום קבוע

משחק שבו סכום התועלות בכל תוצאה הוא קבוע. במשחק כזה ניתן לייצג עם תועלת של שחקן אחד, כאשר השחקן השני מטרתו למזער אותה:

	Rock	Paper	Scissors
Rock	0	-1	1
Paper	1	0	-1
Scissors	-1	1	0

משחקים שיתופיים לחלוטין (Fully Cooperative)

משחקים בהם לכל השחקנים רווח זהה בכל מצב עולם:

$$\forall a \in A \forall i, j u_i(a) = u_j(a)$$

לדוגמה - באיזה צד של הכביש לבחור?

רוב המשחקים - בין השיתופי לתחרותי

אין סכום קבוע, אבל יש תוצאות בהם שחקנים מסויימים מרוויחים יותר.

אסטרטגיה שולטת (Dominance)

פעולה S נשלטת ע"י פעולה S' אם S' נותנת לשחקן תוצאה טובה יותר מאשר S , לא משנה מה השחקנים האחרים יעשו.

נשים לב שזהו יחס בין זוג פעולות - יכול להיות שפעולות אחרות יתנו תוצאה יותר טובה מ' S' .
אם פעולה נשלטת ע"י פעולה אחרת, לא נרצה לבחור בה

Best Response

S_1 היא best response ביותר ל S_2 , אם S_1 נותנת לשחקן 1 את התועלת הגבוהה ביותר כאשר שחקן 2 משתמש ב S_2 .

שיווי משקל נאש (Nash Equilibrium)

נקרא על שם המתמטיקאי האמריקאי ג'ון נאש (John Nash). סט אסטרטגיות יהיו בשיווי משקל נאש אם"ם האסטרטגיה של כל שחקן היא best response לאסטרטגיות של השחקנים האחרים.

הערה: שיווי משקל נאש הוא לא בהכרח התוצאה הטובה ביותר לכולם. לדוגמה - בדילמת האסיר הבעיה בשיווי משקל נאש היא שהפעולה של השחקן צריכה להיגזר ממה שהוא חושב שהשחקנים האחרים יעשו.

דוגמה - בעיית תחרות היופי

נותנים לציבור להצביע בתחרות יופי, ומגדילים פרס מבין אלו שבחרו בזוכה. האינטרס של כל אחד זה לא לבחור במי שהוא חושב שהכי יפה, ולא במי שהוא חושב שאחרים חושבים שהכי יפה, אלא לבחור במי שהוא חושב שהאחרים יבחרו.

משחק חוזר

משחק חוזר גורם לשחקנים להתכנס לשיווי משקל נאש, שכן כאשר חוזרים על המשחק שוב ושוב עם אותה אוכלוסיה מאפשרים לשחקנים לראות מה האסטרטגיות של השחקנים האחרים. במציאות השחקנים בד"כ לא רציונליים, ולא מחשבים את שיווי משקל נאש, אבל כאשר הם חוזרים על המשחק שוב ושוב הם מוצאים את עצמם פועלים על פי האסטרטגיה שהייתה טובה במשחקים הקודמים.

Best Response Strategy

חשיבות אם אנחנו יודעים מה הפעולות של כל השחקנים האחרים, אזי קל מאוד למצוא את האסטרטגיה האופטימלית שלנו.

אם נסמן ב- a_{-i} את האסטרטגיות של האחרים: $a_{-i} = \langle a_1, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_n \rangle$, ב- a_i את האסטרטגיות שלנו, ונסמן את סט האסטרטגיות של i שהן Best Response באמצעות הסט $BR(a_i)$, אז:

$$a_i^* \in BR(a_{-i}) \iff \forall a_i \in A_i u_i(a_i^*, a_{-i}) \geq u_i(a_i, a_{-i})$$

משקל נאש לשיווי משקל Best Response

אנחנו לא יודעים מה האסטרטגיות של האחרים, אבל אנחנו מניחים שהם ישתמשו גם כן ב-Best Response, ולכן נרצה למצוא פרופיל אסטרטגיות שאף אחד לא ירצה לסטות ממנו וזה יהיה שיווי משקל נאש.

הגדרה פורמלית של שליטה

יהיו s_i ו- s'_i אסטרטגיות של שחקן i , ו- S_{-i} סט הפעולות של השחקנים האחרים.

• s_i שולטת חזק (strictly dominating) ב- s'_i אם

$$\forall s_{-i} \in S_{-i} u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s'_i, s_{-i})$$

• s_i שולטת חלש (weakly dominating) את s'_i אם

$$\forall s_{-i} \in S_{-i} u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i})$$

אם אסטרטגיה שולטת בכל האסטרטגיות האחרות, היא מוגדרת בתור דומיננטית. פרופיל אסטרטגיות שכולן שולטות עבור כל שחקן הוא שיווי משקל נאש.

נשים ♡: שיווי משקל של אסטרטגיות שולטות חזק הוא יחיד - לא יכולים להיות 2 באותו משחק

ניתוח משחקים

שחקן תמיד ירצה למקסם את התועלת שלו, אבל בתור צופים חיצוניים אין לנו העדפה לשחקן כזה או אחר. איך נחליט מה התוצאה הטובה ביותר? אפשרות אחת היא למקסם את התועלת הכוללת, אבל התועלות הן דירוג של כל שחקן ואי אפשר לדעת מה יחס ההמרה ביניהם.

Pareto Optimality

הרעיון: לפעמים, יש תוצאה שבה אחד השחקנים מרוויח וכל היתר לא מפסידים.

הגדרה: תוצאה o^* היא Pareto Optimal אם עבור אין תוצאה אחרת שנותנת לכל השחקנים לפחות אותו דבר ולכמה מהם יותר.

בדילמת האסיר

כל התוצאות הן Pareto Optimal, חוץ משיווי משקל נאש. שיווי משקל נאש הוא לאו דווקא תוצאה רצויה - היא פשוט תוצאה יציבה.

Golden Balls

השיווי משקל הוא $\langle Steal, Steal \rangle$, אבל אז אף אחד לא מקבל כלום. איך אפשר בכל זאת לפתור את המשחק? שחקן אחד הצליח לפתור את הבעיה - הוא הבטיח לשחקן השני שהוא יעשה Steal, ויתן לו חצי מהכסף אם הוא יעשה Split. בכך הוא משנה את המשחק עבור השחקן השני, ונותן לו לבחור בין כלום לבין סיכוי לחצי, שזה עדיף על כלום.

(בסוף שניהם עשו Split)