

# תרגיל בית 11 – אינפי' 1

## שאלה 1

תהי  $f(x)$  פונקציה רציפה בקטע  $[0, a]$ , כך שמתקיים  $f(a) = f(0)$ . הוכיחו

$$\text{שקיים } x_0 \in \left[0, \frac{a}{2}\right] \text{ כך ש-} f(x_0) = f\left(x_0 + \frac{a}{2}\right).$$

## שאלה 2

הראו שאם  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  רציפה ואם הגבולות של  $f$  ב- $\pm\infty$  קיימים וסופיים, אזי הפונקציה חסומה ב- $\mathbb{R}$ .

## שאלה 3

תהי  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציה רציפה ונניח ש- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ . הראו שהפונקציה מקבלת מינימום ב- $\mathbb{R}$ .

## שאלה 4

גזרו את הפונקציות הבאות:

א.  $2^{x^e} \cdot e^{-x}$

ב.  $\frac{\tan(e^{x^2})}{\sqrt{(\log x)^2 + 1}}$

## שאלה 5

תהי  $f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ . אנו יודעים כי יש לפונקציה זו אי רציפות סליקה ב-0. האם הפונקציה המתקבלת לאחר סילוק אי הרציפות גזירה באפס? כלומר, האם

$$g(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

גזירה באפס? (הוכח/הפרך לפי הגדרת הנגזרת)

## שאלה 6

הוכיחו שלמשוואה  $2x = \cos x$  יש פתרון יחיד.

## שאלה 7

הוכיחו שלכל  $1 \leq a < b \leq 2$  מתקיים  $2 \cdot (\ln b - \ln a) \leq b^2 - a^2$ .

**בהצלחה!**