

בוחר לינארית 1 קיץ תשפ"א

1.8.2021 , כ"ג אב תשפ"א

מתרגלים: אחיה בר-און, תמר בר-און, אריאל ויצמן, עוזי חרוש, נועה כהן, נעם פרץ, גלעד פורת קורן, הראל רוזנפלד.
הנחיות:

- ענו על כל השאלות.
- משך הבוחן: שעה ורבע.
- ללא חומר עזר. גם לא מחשבון.
- השאלות לא מסודרות בהכרח לפי רמת קושי- מומלץ להתחיל עם שאלות שאתם יודעים לפתור.
- ניקוד מקסמאלי: 102 נקודות

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שאתם יודעים לענות. חלקו את זמנכם בתבונה!

בהצלחה!

1. (15 נקודות לסעיף) תהא $A \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$. הוכיחו או הפריכו:

(א) אם קיימת $B \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ שונה ממטריצת האפס כך ש $R_5(AB^t) = 0$ אז $R_5(A) = 0$.

(ב) אם קיימת $B \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ שונה ממטריצת האפס כך ש $R_5(B^t A) = 0$ אז A אינה הפיכה.

(ג) אם $R_5(AA^t) = 0$ אז $R_5(A) = 0$.

(ד) אם $R_5(A^t A) = 0$ אז A אינה הפיכה.

2. (7 נקודות לכל אחד מ 6 תתי הסעיפים).
עבור המטריצה הממשית

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

ענו על הסעיפים הבאים:

(א)

- מצאו b_1 כך שלמערכת $Ax = b_1$ יש פתרון יחיד. אם לא קיים b_1 כזה, הוכיחו זאת.
 - מצאו b_2 כך שלמערכת $Ax = b_2$ אין פתרון. אם לא קיים b_2 כזה, הוכיחו זאת.
 - מצאו b_3 כך שלמערכת $Ax = b_3$ יש יותר מפתרון אחד. אם לא קיים b_3 כזה, הוכיחו זאת.
- (ב) עבור W_1, W_2, W_3 הבאים, קבעו האם הוא ת"מ. אם כן, הוכיחו. אם לא, נמקו מדוע.
- W_1 המוגדר להיות כל הוקטורים b_1 המקיימים כי למערכת $Ax = b_1$ יש פתרון יחיד.
 - W_2 המוגדר להיות כל הוקטורים b_2 המקיימים כי למערכת $Ax = b_2$ אין פתרון.
 - W_3 המוגדר להיות כל הוקטורים b_3 המקיימים כי למערכת $Ax = b_3$ יש יותר מפתרון אחד.