

## תרגיל בית מספר 8

תאריך הגשה:

קבוצה של לואי: 15.12.2010

קבוצה של מני: 16.12.2010

### שאלה 1

$$\begin{cases} u + v = x + y \\ \frac{\sin u}{\sin v} = \frac{x}{y} \end{cases} \quad \text{נתונה מערכת}$$

(א) הוכיחו כי המערכת מגדירה פונקציות דיפרנציאביליות  $u(x, y), v(x, y)$  בסביבת הנקודה

$$\left( \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6} \right), \text{ כאשר } u\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right) = v\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6}$$

(ב) חשבו את  $\frac{\partial u}{\partial y}\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right), \frac{\partial v}{\partial x}\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$

### שאלה 2

$$\begin{cases} x^2 - y \cos(uv) + z^2 = 0 \\ x^2 + y^2 - \sin(uv) + 2z^2 = 2 \\ xy - \sin u \cos v + z = 0 \end{cases} \quad \text{נתונה מערכת}$$

(א) הוכיחו כי המערכת מגדירה פונקציות דיפרנציאביליות  $x(u, v), y(u, v), z(u, v)$  בסביבת

$$\left( \frac{\pi}{2}, 0 \right), \text{ כאשר } x\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = y\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = 1, z\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = 0$$

(ב) חשבו את  $\frac{\partial x}{\partial u}\left(\frac{\pi}{2}, 0\right), \frac{\partial x}{\partial v}\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$

### שאלה 3 (מבחן תשס"ב)

מצאו את כל הנקודות  $a$  על המשטח  $M : z = x^2 + y^2$  כך שהמישור המשיק  $T_a(M)$  הוא מקביל למישור  $x + 2y + z = 9$ . כתבו את משוואת המישור המשיק  $T_a(M)$  בנקודות אלו.

### שאלה 4

$$f(x, y) = (x^2 + 2y^2, 2x^2 + y^2)$$
 תהי

(א) הוכיחו ש  $f$  דיפאומורפיזם בסביבת  $(1,1)$ .

(ב) מצאו את  $J_{f^{-1}}(3,3)$  (מטריצת יעקובי של הפונקציה ההפוכה בנקודה  $(3,3)$ )

### שאלה 5

$$f(x, y, z) = (e^x \sin z, e^y \cos z, e^z xy)$$
 תהי

(א) הוכיחו ש  $f$  דיפאומורפיזם בסביבת  $(0,1,0)$ .

(ב) מצאו את  $\det(J_{f^{-1}}(0, e, 0))$  (היעקוביאן של הפונקציה ההפוכה בנקודה  $(0, e, 0)$ )

**בהצלחה!**