

תרגיל 7

15 בינואר 2017

1. תהי A קבוצה ו- R יחס רפלקסיבי עליה. הוכיחו כי: $\forall n \in \mathbb{N} : R^n \subseteq R^{n+1}$, כלומר: $R \subseteq R^2 \subseteq R^3 \subseteq \dots$ (רמז: אל תנסו אינדוקציה)

2. תהי X קבוצת בנייני האוניברסיטה, ונגדיר יחס "סמיכות" $R \subseteq X \times X$ ע"י:
(רוצים הגדרה מדוייקת? אז שיהיה המרחק האוקלידי ב- \mathbb{R}^3 בין מרכזי המסות של הבניינים...). האם R הוא בהכרח (כלומר, אל תלכו לבדוק מרחקים):
א. רפלקסיבי
ב. טרנזיטיבי
ג. סימטרי
ד. אנטי סימטרי

3. א. בקבוצה $\{2, 3, 4, \dots, 999, 1000\}$ הסדורה חלקית לפי | (מחלק ללא שארית) ישנם בדיוק 500 איברים מקסימליים מהם?
ב. רשום לפחות 10 איברים מינימליים בקבוצה סדורה זו.
ג. האם יש בקס"ח זו איבר קטן ביותר או איבר גדול ביותר? אם אין הוסף 2 מספרים לקבוצה שימלאו תפקידים אלו. מה יהיו האיברים המינימליים והמקסימליים בקס"ח המורחבת?

4. תהי A קבוצה ויהי R יחס סדר חלקי על A .
א. נגדיר את היחס ההופכי של R על A בצורה הבאה: $R^{-1} = \{(b, a) \mid (a, b) \in R\}$. הוכיחו כי R^{-1} יחס סדר חלקי.
ב. תהי $B \subseteq A$ נגדיר $S = R \cap (B \times B)$ הוכיחו כי S הוא יחס סדר על B .

5. הוכח או הפרך:
א. קבוצה R יחס סדר חלקי מעל A , אם $a \in A$ איבר מינימלי יחיד אזי a הוא איבר קטן ביותר (מינימום) ב- A ?
ב. קבוצה סופית, R יחס סדר חלקי מעל A . אם $a \in A$ איבר מינימלי יחיד אזי a הוא איבר קטן ביותר (מינימום) ב- A ?