

אלגברה מופשטת 1, תרגיל בית 3

מתרגלים: סולי וישקאווצן ואדם צ'פמן. להגשה ב-30.11 או ב-27.11 בהתאם לשיעור התרגיל.

(1) תהי חבורה אבלית G סופית כך שלכל איבר $g \in G$ השונה מאיבר

היחידה מתקיים $g^2 \neq e$. חשבו את מכפלת כל האיברים ב- G ,

$$\prod_{g \in G} g$$

כלומר

(2) הבא דוגמא לחבורה G ותת-חבורות H, K כך ש $H \cup K$ לא תת-

חבורה של G .

(3) הוכח ש $G_n = \{g \in G : g^n = e\}$ היא תת חבורה של G .

(4) הוכיחו כי אם לחבורה G קיימות שתי תת-חבורות H, K כך

ש $H \cup K = G$ אזי או $H = G$ או $K = G$. [הדרכה: הניחו בשלילה

כי מתקיים $H \cup K = G$ עבור $H, K \neq G$. הסבירו מדוע קיימים זוג

איברים $a \in H, b \in K$ כך ש $a \notin K, b \notin H$. הביטו באיבר $a \cdot b$

(5) תנו דוגמא לחבורה G שיש לה 3 תת-חבורות לא טריוויאליות A, B, C

המקיימות $G = A \cup B \cup C$. [רמז: נסו $G = Z_2 \times Z_2$]