

תרגיל בית 7

שאלה 1

חשב את האינטגרלים הבאים, או הוכח שאינם קיימים:

$$\begin{array}{lll} \text{א.} \int_2^{\infty} \frac{x+1}{x^2(1-x)} dx & \text{ב.} \int_0^{\infty} x e^{-x} dx & \text{ג.} \int_0^{\infty} \cos x dx \\ \text{ד.} \int_{-\infty}^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx & \text{ה.} \int_{-\infty}^{\infty} x \sin x^2 dx & \text{ו.} \int_2^{\infty} \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4-1}} \end{array}$$

שאלה 2

בדוק בעזרת מבחן ההשוואה הראשון האם האינטגרלים הבאים מתכנסים:

$$\text{א.} \int_1^{\infty} x^{-x} dx \quad \text{ב.} \int_1^{\infty} \frac{\arctan x}{x \ln^2(x+1)} dx \quad \text{ג.} \int_1^{\infty} \frac{2+\sin x}{x} dx \quad \text{ד.} \int_1^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$$

שאלה 3

בדוק בעזרת מבחן המגה האם האינטגרלים הבאים מתכנסים:

$$\text{א.} \int_2^{\infty} \frac{x+7}{\sqrt{x^5-3x}} dx \quad \text{ב.} \int_1^{\infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx \quad \text{ג.} \int_1^{\infty} \frac{x^4+1}{x^5+3x^2-6} dx \quad \text{ד.} \int_1^{\infty} (\ln(1+e^x)-x) dx$$

שאלה 4

הוכח כי האינטגרל $\int_a^{\infty} \frac{\sin x}{x^\alpha} dx$ עבור $a > 0$ מתכנס לכל $\alpha > 0$.

שאלה 5

הוכח או הפרך: אם $\int_1^{\infty} f(x) dx$ מתכנס, אזי $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$.

שאלה 6

הוכח כי $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2 \cdot (\sin(11x) + \sqrt{3} \cdot \cos(11x) + 3)^4} < 1 + \frac{\pi}{4}$