

אנליזה מתקדמת למורים, תרגיל 1

20 בנובמבר 2019

1. רשמו את המספרים הבאים בצורה $z = a + bi$, מצאו את $|z|$, \bar{z} , $Re(z)$, $Im(z)$, ומקמו את z על הצירים. הערה: לא להיבהל משברים ושורשים....

(א) $(3 - 5i)^{-1}$

(ב) $(\sqrt{5}i)^{-1}$

(ג) 4^{-1}

(ד) $\frac{3-3i}{4+3i}$

(ה) $\frac{-5-i}{4-5i}$

2. חשבו את השורשים הבאים:

(א) \sqrt{i}

(ב) $\sqrt{7 + 24i}$

(ג) $\sqrt{-5 - 12i}$

3. פתרו את המשוואות הבאות:

(א) $z^2 + (4 + i)z + 5 + 5i$

(ב) $2z^2 - (12 + i)z + 17 = 0$

4. מצאו מספר מרוכב z המקיים: $|z| = 12$, $Im(\bar{z}) = -9.5$.

5. נניח שאנחנו מסמנים במישור המרוכב את כל המספרים z המקיימים $z + \bar{z} = 8$. מה נקבל?

6. הוכיחו שלכל שני מספרים מרוכבים שונים $z \neq w$ כך ש- $|z| = |w|$ מתקיים: המספר $\frac{z+w}{z-w}$ הינו מדומה טהור (כלומר, $Re(\frac{z+w}{z-w}) = 0$).

7. מעבר בין הצגות.

(א) כתבו את המספרים הבאים בצורה קרטזית:

i. $5\text{cis}135^\circ$

ii. $\text{cis}\frac{\pi}{3}$

(ב) כתבו את המספרים הבאים בצורה פולרית $z = r\text{cis}\theta$:

i. $-5i$

ii. $2 - 2i$

iii. 17.5

iv. $-2 + i$

v. $-3 - 4i$

בהצלחה!