

## מבנים אלגבריים 1

### תרגיל 1

תאריכי הגשה: שבוע ממועד התרגול בו ניתן התרגיל אליו נרשמתם. הגשה לידי המתרגל בלבד.

### נא לכתוב על התרגילים שם, ת.ז. ומספר קבוצה

1.

- א. מצאו שני מספרים שלמים  $m, n$  כך ש-  $\gcd(21, 77) = 21m + 77n$   
ב. מצאו שני מספרים שלמים  $m, n$  כך ש-  $\gcd(3465, 150) = 3465m + 150n$   
ג. מצאו שני מספרים שלמים  $m, n$  כך ש-  $\gcd(30, 455) = 30m + 455n$

2. הוכיחו שאם  $d = \gcd(a, b)$  הוא מחלק משותף של  $a$  ו- $b$  (מספרים שלמים) אז  $\gcd(a/d, b/d) = 1$ .  
אם ורק אם  $\gcd(a/d, b/d) = 1$ .

3. מצאו לפי האלגוריתם של אוקלידס את המחלק המשותף המקסימלי  $(840, 575)$ .

4. הוכיחו את הטענות הבאות:  
הערה: כל המשתנים להלן מייצגים מספרים שלמים.

- א. אם  $d$  ממ"מ של  $a$  ו- $b$  אזי לכל  $x$  כך ש-  $x|a \wedge x|b$  מתקיים  $x|d$ .  
ב. השתמשו ב- (א) עמ"נ להוכיח ש-  $(ab, ac) = a \cdot (b, c)$   
ג. אם  $(a, b) = d$  אזי  $(a+b, a-b) | 2d$ .  
ד. הוכיחו  $(a, bc) | (a, b) \cdot (a, c)$

5. הוכיחו: לכל שלושה מספרים שלמים  $a, b, c$ , אם  $a|c$ ,  $b|c$  ו-  $\gcd(a, b) = 1$  אזי  $ab|c$ .

6.

- א. מצאו  $x$  שלם חיובי כך ש-  $17x \equiv 1 \pmod{53}$ .  
ב. מצאו  $a$  שלם כך ש-  $a \equiv 4 \pmod{5}$ ,  $a \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $a \equiv 1 \pmod{11}$ .