

תרגיל לעבודה עצמית מספר 2

שאלה 1

עבור כל אחד מהפונקציות הנתונות בתחום הנתון בדוק באם הפונקציה עולה ממש/יורדת ממש/לא עולה ולא יורדת. (ללא שימוש בנגזרת)

א. $f(x) = \cos x$ בתחום $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

ב. $f(x) = \cos x$ בתחום $[0, \pi]$.

ג. $f(x) = e^{\cos x}$ בתחום $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

ד. $f(x) = \frac{1}{x}$ בתחום $(0, \infty)$.

ה. $f(x) = \frac{1}{x}$ בתחום $(-\infty, 0)$.

שאלה 2

גזור את הפונקציות הבאות:

א. $\sin(3x^2 + 2)$. ב. $(x^7 - 3x^6 - x^3)^5$. ג. $\frac{1}{x^7(1+x)^7}$. ד. $\frac{\sin x}{x}$.

ה. $\frac{x}{1 + \ln x}$. ו. $e^{\ln(x^2+1)+x}$. ז. $\arctan(e^{2x})$. ח. $\arcsin(\cos x)$.

ט. $\tan\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$. י. $x^{\sin x}$. יא. $\log_{\sin x} x$.

שאלה 3

מצא את הנגזרת של הפונקציה $f(x) = \begin{cases} \sin^2 x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ בכל נקודה.

שאלה 4

נגדיר פונקציה $f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 1 \\ x^2 & x \leq 1 \end{cases}$

מה צריכים להיות a ו b כדי ש f תהייה גזירה בכל נקודה? נמק את תשובתך!

שאלה 5

כמה פתרונות יש למשוואה $x \sin x + \cos x = x^2$ בקטע $[0, \infty)$.

שאלה 6

מצא את הנקודה/נקודות c ממשפט לגרנז' עבור:

א. $f(x) = x^2$ ב $[0, 3]$. ב. $f(x) = \frac{1}{x}$ ב $[1, 2]$. ג. $f(x) = x^3$ ב $[-1, 1]$.

ד. $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ ב $[-3, 3]$.

ה. הראה של $f(x) = \frac{1}{x}$ אין נקודת לגרנז' c בכל $[a, b]$ כך ש $a < 0 < b$. מדוע?