

תרגיל כיתה 13

1. מהנדס רכב מציע מבנה חדש לבלמים. מרחק העצירה הממוצע של בלמים במבנה הרגיל, בתנאים מבוקרים מקובלים בנסיעה של 70 קמ"ש, הוא 40 מטר. הוחלט להרכיב את הבלמים החדשים ברכב החברה, רק אם הניסוי יצביע על ירידה משמעותית במרחק העצירה שלהם, לעומת הבלמים הרגילים. נניח שהתפלגות מרחק העצירה של הבלמים החדשים היא נורמלית, עם סטיית תקן $\sigma = 3$.

א. נסחו את הבעיה וקבעו אלו מבין המבחנים הבאים (מבוססים על מדגם של 36 מדידות של מרחק העצירה עם הבלמים החדשים) נראים לכם סבירים לפתרונה:

$$C_1 \text{ דוחה את } H_0 \text{ אם } \bar{X} > 41.44$$

$$C_2 \text{ דוחה את } H_0 \text{ אם } \bar{X} < 38.56$$

$$C_3 \text{ דוחה את } H_0 \text{ אם } \bar{X} < 38.47 \text{ או } \bar{X} > 41.53$$

ב. חשבו את רמת המובהקות של המבחן הנראה לכם המתאים ביותר מסעיף א'. כיצד ניתן לשנות את המבחן כדי לקבל מבחן מאותה צורה, בעל רמת מובהקות $\alpha = 0.01$?

ג. מהי ההסתברות לכך שעל סמך הניסוי יוחלט לא להרכיב את הסוג החדש, אם למעשה מרחק העצירה הממוצע שלו הוא 38 מטר ומשתמשים במבחן שבחרת בחלק א'? איך נקראת ההסתברות הזאת?

ד. אם אין לנו ידיעה על ההתפלגות המדויקת של מרחק העצירה, אבל בכל זאת ניתן להניח כי סטיית התקן שהיא כפי שנקבעה קודם $\sigma = 3$, האם ההסתברויות שחישבתם לעיל עדיין נכונות?

$$2. \text{ נתונה מטריצת הסתברויות המעברים הבאה: } M = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0.4 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

א. שרטטו את גרף המעברים.

ב. סווגו את המצבים

3. מצב השמיים ביום מסויים יכול להיות אחד משני מצבים אפשריים בלבד: 1- מעונן, 2- שמש (שמיים נקיים).

המצב ביום מסויים תלוי אך ורק במצב שהיה ביום שלפניו, האופן הבא:

אם ביום מסוים היה מעונן למחרת יהיה מעונן בהסתברות 0.4 ושמש בהסתברות 0.6.

אם ביום מסוים היה שמש למחרת יהיה שמש בהסתברות 0.8 ומעונן בהסתברות 0.2.

א. בנו את מטריצת הסתברויות המעברים של המצב המתואר לעיל.

ב. בהנחה שביום ראשון מעונן, מה ההסתברות שביום רביעי מעונן?

4. נתונה מטריצת הסתברויות המעברים (1- מעונן, 2- מעונן חלקית, 3 - שמיים נקיים) :

$$Q = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0.02 & 0.01 \\ 0 & 0.26 & 0.18 \\ 0 & 0.72 & 0.81 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

בהנתן שהשרשרת נמצאת במצב 3 חשבו את תוחלת מספר הצעדים עד להגעה ראשונה למצב 1.

5. נתונה מטריצת הסתברויות המעברים הבאה :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0.25 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0.1 & 1 \end{pmatrix}$$

חשבו את ההסתברות שמי שמתחיל במצב 3 יגיע למצב 1 לפני שיגיע למצב 4.