

חשבון אינפיניטסימלי 2

תרגיל 3

מועד הגשת התרגיל שבוע המתחיל בכ"ז ניסן תשע"ד (27.04.14) בשיעור תרגיל

1. השתמשו באינטגרלים מסוימים מתאימים על מנת לחשב את הגבולות הבאים:

$$\text{א. } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n} \left(\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \right)$$

$$\text{ב. } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{4n^2 - 1}} + \frac{1}{\sqrt{4n^2 - 2^2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{4n^2 - n^2}} \right)$$

2. הוכיחו את אי השוויונות:

$$\text{א. } 0 < \int_0^1 \frac{x^7 dx}{\sqrt[3]{1+x^8}} < \frac{1}{8}$$

$$\text{ב. } \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-R \sin x} dx < \frac{\pi}{2R} (1 - e^{-R}) \text{ כאשר } R > 0. \text{ רמז: הוכיחו כי } \sin x > \frac{2}{\pi} x \text{ בקטע } \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

3. מצאו את שטח התחום הכלוא בין העקומות:

$$\text{א. } y = \sin x, y = \cos x, x = 0, x = 2\pi$$

$$\text{ב. } y = x \sin x \text{ ל- } y = x \text{ כאשר } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

4.

$$\text{א. מצאו את נפח הגוף הנוצר ע"י סיבוב של התחום החסום ע"י } y = \sqrt{\cos x}, x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{2}, y = 0$$

סביב ציר ה- x .

$$\text{ב. מצאו את נפח הגוף הנוצר ע"י סיבוב של התחום החסום ע"י } y = x^2, x = y^2$$

סביב ציר ה- y .

5. חשבו את אורך הקשת של העקומות הבאות:

$$\text{א. } y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1} \text{ מ- } x = a \text{ ל- } x = b, b > a$$

$$\text{ב. } x = \frac{1}{4} y^2 - \frac{1}{2} \ln y \text{ מ- } y = 1 \text{ ל- } y = 2$$

בהצלחה!!