

1. תהי  $f(x)$  פונקציה רציפה בקטע  $[a, b]$ . הראו כי

$$\lim_{x \rightarrow a} \int_a^x f(x) dx = 0$$

רמז: נוסחת ניוטון לייבניץ (ואז היזכרו כי כל פונקציה גזירה היא בפרט רציפה).

2. חשבו את הגבול הבא:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sin(t^2) dt}{x^6}$$

רמז: לופיטל.

3. חשבו את הגבול הבא:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^3} \arctan(t^6) dt}{x^{21}}$$

4. א. תהי  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ . הראו כי  $1 + (f'(x))^2 = f(x)^2$ .

ב. חשבו את אורך הגרף של הפונקציה  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  בקטע  $[a, b]$ .

5. תהי  $f(x)$  פונקציה גזירה בכל  $R$ . הוכיחו כי לכל  $M > 0$  קיים קטע  $[a, b]$  כך שאורך הגרף של  $f(x)$  בקטע זה גדול מ- $M$ .

רמז:  $1 + (f'(x))^2 \geq 1$ .

6. חשבו את אורך הגרף של הפונקציה  $f(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right)$  בקטע  $[a, b]$ .

רמז: הראו כי  $f'(x) = \frac{-2e^x}{e^{2x} + 1}$  לכן  $\sqrt{1 + (f'(x))^2} = \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1}$ . לחישוב האינטגרל אפשר למשל ע"י הצבה  $t = e^{2x}$ .

$$\int_0^x e^{-t^2} dt = x$$

א. וודאו כי  $x = 0$  פתרון של המשוואה.

ב. הראו כי אין למשוואה פתרונות אחרים. (רמז: לפי מסקנה ממשפט רול)