

תרגיל 3 - אלגברה לינארית למורים

29 בנובמבר 2016

תזכורת:

(1) שתי מטריצות נקראות שקולות שורה אם אחת התקבלה מהשנייה אחרי שורה של פעולות שורה אלמנטריות.

(2) כל מטריצה הפיכה היא שקולת שורה למטריצת יחידה, כלומר כל מטריצה הפיכה ניתן להביא לצורה של מטריצת יחידה על ידי הפעלה של פעולות שורה אלמנטריות.

(3) אם למטריצה יש שורת אפסים אזי היא לא הפיכה.

שאלה 1

קבעו האם המטריצות הבאות הן הפיכות, אם כן מצאו את המטריצה ההופכית:

$$(א) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(ב) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(ג) \begin{pmatrix} 3 & 4 & 7 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(ד) \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

שאלה 2

בהנחה ש- $ad - bc \neq 0$, מצאו מטריצה הופכית של $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

שאלה 3

ידוע שאחרי ביצוע של 3 הפעולות שורה הבאות על $A_{3 \times 3}$, התקבלה מטריצה I :

$$e_1 : R_1 + 2R_2 \rightarrow R_2$$

$$e_2 : R_3 \rightarrow R_2$$

$$e_3 : \frac{1}{2}R_3 \rightarrow R_3$$

מצאו את A^{-1}

שאלה 4

פתרו את המערכת המשוואות הבאה

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

ע"י מטריצה

הופכית.

הדרכה:

אם A מטריצה הפיכה אז $A\vec{x} = \vec{b}$ (*) כאשר \vec{x} הוא וקטור של משתנים ואילו \vec{b} הוא וקטור של קבועים. אזי ניתן לפתור מערכת משוואות ע"י הכפלה של ביטוי (*) משמאל על ידי מטריצה הופכית של A ואז מקבלים:

$$A^{-1}A\vec{x} = \vec{x} = A^{-1}\vec{b}$$

שאלה 5

האם הטענות הבאות הן אמת או שקר ונמקו את תשובתכם:

(א) אם במטריצה ריבועית יש שתי שורות זהות אז היא לא הפיכה.

(ב) אם כל אחד מאיברי האלכסון של מטריצה שווה ל-1 אזי היא הפיכה.