

מבחן מועד א' – 83-112 חדו"א 1 להנדסה – 27/06/22

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד

משך המבחן: שלוש שעות

מרצה: דר' ארז שיינר

כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100

ענו על כל השאלות

משקל כל שאלה: 20 נק'

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x^2) \sin(x^2) \cos(x^2)}{1 - \cos(x^2)}$.
 ב. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sin(x)} \right)$.
 ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{n}$.

2.

א. חשבו את $\int \frac{1}{\tan(x) \cos^2(x)} dx$.

ב. קבעו אם האינטגרל הבא מתכנס או לא $\int_0^1 \frac{1}{\arctan(x^2)} dx$.

3.

א. לכל ערך של הפרמטר $a \in \mathbb{R}$, מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $\frac{1}{x^2+x+1} = a$.

ב. לכל ערך של הפרמטר $a \in \mathbb{R}$, מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $\frac{x^3}{x^2+x+1} = a + x$.

4. תהיינה g, h פונקציות הגזירות ב- $x = 0$, ונביט בפונקציה המפוצלת

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & x \in \mathbb{Q} \\ h(x) & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

א. הוכיחו או הפריכו: f רציפה ב- $x = 0$ אם ורק אם $h(0) = g(0)$.

ב. הוכיחו או הפריכו: f גזירה ב- $x = 0$ אם ורק אם $h'(0) = g'(0)$.

5. נביט בסדרה a_n המקיימת את נוסחת הנסיגה $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + 2$.

א. חשבו את גבול הסדרה, אם $a_1 = 0$.

ב. חשבו את גבול הסדרה אם $a_1 = 5$.

6.

א. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n} \cdot \frac{1}{\sqrt{nk}}$$

ב. קרבו את $\frac{1}{\sqrt{2}}$ עד כדי שגיאה של $h = \frac{1}{20}$.