תרגול כיתה 12 בפיסיקה קלאסית 1

נושאים: גוף קשיח :תנע זוויתי ואנרגיה קינטית, מומנט אינרציה, מטוטלת פיסיקלית.

תזכורת לחומר התאורטי

מבוא

גוף קשיח או גוף צפיד מוגדר כגוף שהמרחקים בין החלקיקים המרכיבים אותו נשמרים קבועים כשכוח או מומנט כוח פועל עליו. ניתן להפריד את תנועת הגוף הקשיח לתנועה בקו ישר (טרנסלציה) ולסיבוב (רוטציה) סביב ציר רגעי או קבוע. התנועה בקו ישר מתוארת ע"י מיקום מרכז המסה. התנע הזויתי ומומנטי הכוח מחושבים ביחס לראשית במרכז המסה.

תנע זויתי ואנרגיה קינטית

נעבוד במערכת מרכז המסה. במקרה הכללי לגוף בעל מהירות זוויתית $\vec{\omega}$, התנע הזוויתי הוא

$$L_i = \sum_j I_{ij}\omega_j$$

כאשר I_{ij} הוא טנזור מומנט האינרציה של הגוף והוא תכונה של הגוף. לכל גוף ישנם 3 צירים הנקראים צירים ראשיים. אם מסובבים את מערכת הצירים כדי שתחפוף עם צירים אלו מתקיים

$$L_i = I_{ii}\omega_i$$

אם הסיבוב מתרחש (כפי שיקרה בקורס זה) סביב ציר ראשי אחד בלבד או ציר מקביל לו אז

$$L = I\omega$$

במקרה זה האנרגיה הקינטית (במערכת מרכז המסה) היא

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{L^2}{2I}$$

משוואת התנועה תהיה

$$\frac{dL}{dt} = \tau \Rightarrow I\frac{d\omega}{dt} = \tau \Rightarrow \tau = I\alpha$$

כאשר $\alpha = \dot{\omega}$ היא התאוצה הזוויתית. עבודה: $dW = \tau d\theta,\ W = \int \tau d\theta$. הספק: $P = \tau\omega$.

מומנט האינרציה

מומנט האינרציה I יחושב ע"י

$$I = \sum_i m_i R_i^2 = \int \rho(\mathbf{r}) R^2(\mathbf{r}) dV$$

m_i היא מסת החלקיק ו- R_i מרחקו מציר הסיבוב. הביטוי השני מתאים למקרה של גוף רציף.

משפטי עזר למציאת מומנט האינרציה:

- לגוף שטוח במישור xy : אם מומנט האינרציה סביב ציר x הוא I_x וסביב ציר y הוא I_y אז מומנט האינרציה סביב ציר z, I_z, נתון ע"י

$$I_z = I_x + I_y$$

- משפט שטיינר: אם מומנט האינרציה לגוף במסה M לציר העובר דרך מרכז המסה הוא I_C אז מומנט האינרציה לסיבוב סביב ציר מקביל המרוחק a מהציר הראשון הוא

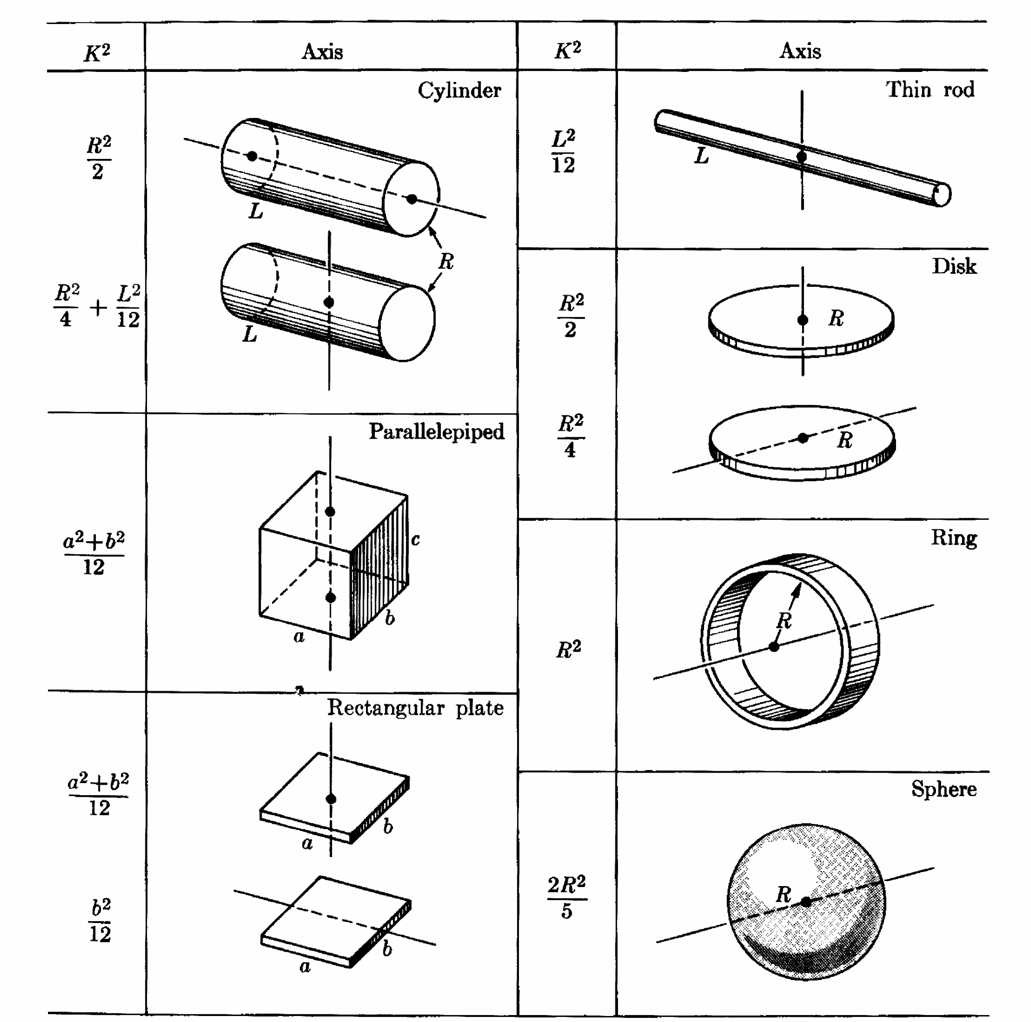
$$I = I_C + Ma^2$$

- למערכת המורכבת ממספר גופים, מומנט האינרציה הכולל הוא סכום מומנטי האינרציה של הגופים סביב ציר הסיבוב במערכת.
- אם ישנו חור או חלל, ניתן לחשב את מומנט האינרציה לגופים ללא החור או החלל ולהוסיף אותו כגוף בעל צפיפות מסה שווה בגודלה והפוכה בסימנה לזו של הגוף בו הוא קיים.

מגדירים את רדיוס הגירציה (radius of gyration), K, לגוף ע"י

$$I = MK^2$$

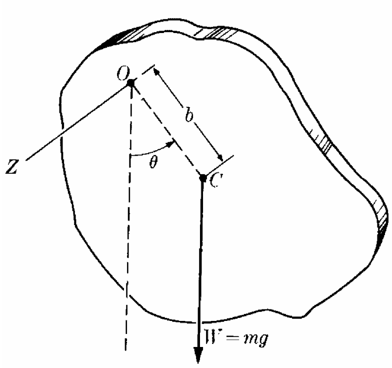
לגוף נקודתי במסה M הנמצא במרחק K מציר הסיבוב יהיה אותו מומנט אינרציה כמו לגוף.
רדיוסי גירציה לגופים פשוטים:



K^2	Axis	K^2	Axis
$\frac{R^2}{2}$	Cylinder	$\frac{L^2}{12}$	Thin rod
$\frac{R^2}{4} + \frac{L^2}{12}$	Cylinder	$\frac{R^2}{2}$	Disk
$\frac{a^2+b^2}{12}$	Parallelepiped	$\frac{R^2}{4}$	Disk
$\frac{a^2+b^2}{12}$	Rectangular plate	R^2	Ring
$\frac{b^2}{12}$	Rectangular plate	$\frac{2R^2}{5}$	Sphere

<u>מטוטלת פיסיקלית</u>

מטוטלת פיסיקלית מוגדרת כגוף המתנודד סביב ציר אופקי תחת השפעת הכבידה כבשרטוט. בהנחה של תאוצת כבידה שאינה משתנה במרחב, כוח הכבידה שקול לכוח mg הפועל על מרכז המסה. אם המרחק בין ציר הסיבוב למרכז המסה הוא b, אז זמן המחזור לתנודות קטנות נתון ע"י



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgb}}$$

מטוטלת זו היא הכללה של מטוטלת המתמטית למטוטלת מתמטית $b=l$, $I=ml^2$ ומקבלים כצפוי

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$