

## מתמטיקה בדידה להנדסה 2 (83118) בחינת סיום (מבחן לדוגמה)

מרצה: פרופ' רון עדין  
מתרגל: אריאל ויצמן  
משך הבחינה: שעתיים וחצי.  
חומר עזר מותר: דף הנוסחאות המצורף ומחשבון.  
יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות, כל אחת בעמוד נפרד. כולן שוות משקל.  
נא לרשום בעמוד הראשון אילו שאלות נבחרו. בהעדר רישום, תיבדקנה ארבע  
השאלות הראשונות במחברת.  
ניתן לסמן עמודים שלמים כ"טיוטה". נא לכתוב בכתב ברור ולנמק היטב כל  
פתרון.

*בהצלחה!*

1. א. חשבו את מקדם  $x^9$  בפיתוח של  $(1 + x + x^2)^{30}$ .  
ב. הוכיחו:  $\sum_{i=1}^n i \binom{2n}{i} = n \cdot 2^{2n-1} \quad (n \geq 1)$
2. א. כמה הילוכי שריג מהנקודה  $(0,0)$  לנקודה  $(10,10)$  אינם נוגעים כלל בישר  $y = x + 4$ ?  
ב. כמה הילוכי שריג מהנקודה  $(0,0)$  לנקודה  $(10,10)$  אינם נוגעים כלל בישר  $y = x + 4$ , אך עוברים דרך הנקודה  $(5,5)$ ?
3. א. 30 עובדים חדשים בחברה קיבלו כל אחד מפתח לחדרו (מפתחות שונים לחדרים שונים). בכמה דרכים ניתן לחלק את המפתחות מחדש לעובדים כך שאף אחד לא יוכל לפתוח את חדרו?  
ב. לכל אחד מ-30 החדרים יש שני מפתחות, אחד כחול ואחד אדום, שרק שניהם יחד יכולים לפתוח את החדר (הם מתאימים לשני מנעולים שונים). בכמה דרכים ניתן לחלק את המפתחות, לכל עובד מפתח כחול ומפתח אדום, כך שאף אחד לא יוכל לפתוח את חדרו?
4. בכל אחד מהסעיפים הבאים רשמו פתרון עבור  $n$  כללי, ובדקו אותו עבור  $n = 2$ .  
א. פתרו:  $a_n - 6a_{n-1} + 9a_{n-2} = 0 \quad (n \geq 2)$   
 $a_0 = 2, a_1 = 9$   
ב. פתרו:  $a_n - 6a_{n-1} + 9a_{n-2} = 8 \quad (n \geq 2)$   
 $a_0 = 1, a_1 = 2$
5. א. הוכיחו: הגרף השלם  $K_5$  אינו מישורי.  
ב. הראו (בעזרת ציור מתאים): הגרף המתקבל מ- $K_5$  ע"י השמטת אחת הקשתות הוא מישורי.