# תרגיל 5 ליניארית להנדסה תש"פ

1. הוכיחו או הפריכו:

(א) $U_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x_1 \geq 0 \right\}$ תת מרחב של $\mathbb{R}^3$.

(ב) $U_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : 3x_1 + 2x_3 = 0 \wedge x_1 - x_2 = 0 \right\}$ תת מרחב של $\mathbb{R}^3$.

(ג) $U_3 = \left\{ \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} : \mathrm{Re}\,(z_1) = \mathrm{Im}\,(z_2) \right\}$ תת מרחב של $\mathbb{C}^2$.

2. יהי $V$ מ"ו מעל שדה $\mathbb{F}$, ויהיו $U, W \leq V$ תתי מרחבים של $V$.

הוכיחו כי $U \cap W$ תת מרחב של $V$.

3. נתבונן במרחב הוקטורי $\mathbb{R}^{n\times n}$ כלומר, אוסף המטריצות הריבועיות מסדר $n$.

(א) הוכיחו שהבאים הינם תתי מרחבים של $\mathbb{R}^{n\times n}$:

i. $U = \{A \in \mathbb{R}^{n\times n} | \forall i \neq j : A_{i,j} = 0\}$ כלומר, אוסף המטריצות האלכסוניות.

ii. $W = \{A \in \mathbb{R}^{n\times n} | \forall i, j : A_{i,j} = -A_{j,i}\}$ כלומר, אוסף המטריצות האנטי-סימטריות.

iii. $V = \{A \in \mathbb{R}^{n\times n} | tr(A) = 0\}$ כלומר, אוסף המטריצות עם עקבה 0.

(ב) הוכיחו או הפריכו:

i. $U \cup W$ תת מרחב.

ii. $U \cup V$ תת מרחב.

iii. $W \cup V$ תת מרחב.

4. נתבונן במרחב הוקטורי $V = \mathbb{R}_2[x]$ כלומר אוסף הפולינומים עד דרגה 2 עם מקדמים ממשיים.

קבעו אילו מהבאים הם תתי מרחבים של $V$ והוכיחו את תשובתכם.

הערה: בביטוי מהצורה $p\left(1\right)$ אנו מתכוונים להצבה של המספר $1$ בפולינום $p$. למשל, אם $p(x)=1+x+x^2$ אז $p(1)=3$.

בביטוי מהצורה $p\prime\left(1\right)$ אנו מתכוונים להצבה של המספר $1$ בנגזרת של הפולינום $p$. למשל, אם $p(x)=1+x+x^2$ אז $p\prime(x)=1+2x$ ולכן $p\prime(1)=3$

(א) $U=\{p(x)\in V: p(1)=p'(1)\}$

(ב) $W=\{p(x)\in V: p(2)\cdot p(3)=0\}$