

מבחן לדוגמא – חדו"א 1 הנדסה

משקל כל שאלה 20 נק', ענו על כל השאלות. כל ציון מעל 100 יעוגל ל100.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) \ln(\cos(x))}{x^2 \cdot 2^x}$.א. ב. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{\sqrt{2x^2+2}-(x+1)}$.ב. ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln\left(\frac{n^n}{n!}\right)$.ג.

2.

א. חשבו את $\int_1^{\infty} \frac{1}{(x+1)(x^2+x+1)} dx$

ב. תהי $f(x) = \sqrt{\sin(x^4)}$. חשבו את $f'(0)$

3.

ג. מצאו את הערך המקסימלי של הפונקציה $\frac{2x}{1+x^2}$ בציר הממשיים.

ד. הוכיחו כי לכל $x > 0$ מתקיים $0 < \ln(1+x^2) \leq x$.

4. תהי f פונקציה רציפה וחיובית בכל הממשיים, המקיימת $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

א. הוכיחו כי $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - x = -\infty$

ב. הוכיחו כי קיימת נקודה בה $f(c) = c$

5. תהי סדרה מונוטונית עולה וחיובית a_n כך ש $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + a_{n+2}}{a_{n+1}} = 3$

א. הוכיחו כי $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$

ב. נניח כי $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L \in \mathbb{R}$ מצאו את L

6.

א. חשבו את גבול הסדרה $a_n = \ln\left(\sqrt[n]{\frac{n+1}{n}}\right) + \ln\left(\sqrt[n]{\frac{n+2}{n}}\right) + \dots + \ln\left(\sqrt[n]{\frac{n+n}{n}}\right)$

ב. חשבו את $\frac{1}{\sqrt{e}}$ עד רמת דיוק של $h = 0.001$