

תרגיל בית 3

שאלה 1

1.1 כתבו פונקציית Matlab בשם *MyNewton* המממשת את שיטת *newton-raphson* חד – מימדית. הפונקציה תקבל את הקלטים הבאים :

- x_0 - נקודה התחלתית
- d – הדיוק הרצוי (tolerance)
- e – הקירוב הרצוי מהשורש
- N – מספר איטרציות מקסימאלי
- h - מספר חיובי קטן המשמש עבור חישוב הקירוב לנגזרת

לפונקציה יש 3 תנאי עצירה:

$$|x_n - x_{n-1}| < d \quad (1)$$

$$|f(x^*)| < e \quad (2)$$

(3) מספר האיטרציות גדול מ- N

הפונקציה תחזיר את הפלט הבא:

- z - קירוב שהתקבל
- n – סה"כ מספר איטרציות שהתבצעו עד קיום תנאי עצירה
- v - וקטור המכיל את הקירובים שנמצאו בכל אחת מהאיטרציות

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h} \quad \text{נוסחא לקירוב הנגזרת}$$

1.2 ממשו את הפונקציה הבאה בקובץ *f1.m* : $f(x) = 3x^3 - 12x^2 + 12x$. לפונקציה יש שורש בנקודה $x = 2$. בדקו את סדרת הקירובים המתקבלת עבור שימוש בפונקציית *MyNewton* עם ערך התחלתי $x_0 = 1.9$.

- לאיזה קירוב התכנסתם?

- בדקו מהי סדרת יחס ההפרשים $\frac{|x_{n+1} - x_n|}{|x_n - x_{n-1}|^p}$ המתקבלת עבור $p=1$ ואחרי כן $p=2$. נתחו

את המקרה והסבירו את המסקנות שלכם.

שאלה 2

נתונה מערכת משוואות הבאה

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 100 \\ 1 & 10 & -0.001 \\ 3 & -100 & 0.01 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

החישובים בכל הסעיפי

חישובים צריך לבצע עם דיוק של 4 ספרות אחרי הנקודה.

- (א) פתרו על ידי אלימינציה גאוס עם שחלוף שורות (pivoting חלקי)
 (ב) פתרו על ידי אלימינציה גאוס עם pivoting מלא.
 (ג) פתרו את המערכת על ידי אלימינציה גאוס עם scaling.
 (ד) פתרו על ידי אלימינציה גאוס – ג'ורדן בלי pivoting.

שאלה 3

נתונה מטריצה:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 & 4 \\ 12 & -8 & 4 & 10 \\ 3 & -13 & 3 & 3 \\ -6 & 4 & 2 & -18 \end{pmatrix}$$

- (א) בצעו פירוק LU עם partial pivoting באמצעות אלימינציה גאוס. הקפידו לשמור על מטריצה P (מטריצת פרמוטציות). השוו את התוצאה שקיבלתם עם מה שמקבלים ב-Matlab ע"י פקודת $[l,u,p]=lu(A)$.

- (ב) פתרו את מערכת המשוואות $Ax = b$ כאשר $b = (0 \ -10 \ -39 \ -16)^T$ והשוו את התוצאה עם Matlab.

שאלה 4

נתונה מערכת משוואות

$$5x - y + z = 10$$

$$2x + 8y - z = 11 \quad (\text{B})$$

$$-x + y + 4z = 3$$

$$-x + 3y = 1 \quad (\text{A})$$

$$6x - 2y = 2$$

עבור כל אחת מהמערכות תבצעו את הפעולות הבאות:

(א) בהינתן $x_0 = \bar{0}$ תשתמשו באיטרצית יעקובי כדי למצוא x_1, x_2, x_3, x_4 ;

(ב) בהינתן $x_0 = \bar{0}$ תשתמשו באיטרצית גאוס-זיידל כדי למצוא x_1, x_2, x_3, x_4 ;

(ג) האם מתקיים תנאי הכרחי ומספיק ולהתכנסות השיטות? בדקו זאת עבור כל שיטה עבור שתי המערכות.