

83-116 מתמטיקה בדידה – תרגיל 4 פתרונות

לציין בפתרון המוגש: שם מלא, ת.ז ויום של התרגול אליו אתם באים

תרגיל 1 (שייך לחומר של תרגיל 3)

כמה דרכים יש לסדר n זוגות במעגל כך שכל זוג ישב יחד?

נחשוב על כל זוג שאיש אחד: $(n - 1)!$

לכל זוג יש 2 סידורים פנימיים שונים ולכן: $2^n (n - 1)!$

תרגיל 2

כמה פתרונות שלמים אי שליליים יש ל-

א. $x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 30$

ב. $x_1 + x_2 + \dots + x_7 \leq 30$

ג. $x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 30$ כאשר $x_1 \geq 3$, $x_5 \geq 2$

ד. $x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 30$ כאשר $1 \leq x_6 \leq 11$

א. $\binom{36}{30}$

ב. נוסף משתנה y ונקבל משוואה עם 8 נעלמים. $\binom{37}{30}$

ג. זה כמו לחלק 30 כדורים ל7 כדים. נוסף מראש 3 כדורים לכד שלישי ו2 כדורים לכד החמישי, נשאר 25

כדורים. $\binom{31}{25}$

ד. נחשב את המקרה $x_6 \geq 1$ (כמו ג) : $\binom{35}{29}$

נחשב את המקרה $x_6 \geq 12$: $\binom{24}{18}$

ונחסר: $\binom{35}{29} - \binom{24}{18}$

תרגיל 3

מטילים 3 קוביות זהות. מה מס' התוצאות השונות שאפשר לקבל?

לכל קוביה יש 6 תוצאות אפשריות. זה כמו לפזר 3 כדורים בין 6 כדים (המייצגים תוצאה 1-6) שזה $\binom{8}{3}$

תרגיל 4

כמה דרכים יש לבחור 10 עטים כשיש 4 צבעים שונים?

זה כמו לפזר 10 כדורים בין 4 כדים $\binom{13}{3}$

תרגיל 5

כמה אופנים יש לחלק 5 תפוחים, 6 תפוזים ו 7 אגסים בין 3 ילדים? (אין קשר בין חלוקת פרי אחד לאחר)

כמו פיזור כדורים בין 3 כדים.

חלוקת תפוחים: $\binom{7}{2}$

חלוקת תפוזים: $\binom{8}{3}$

חלוקת אגסים: $\binom{9}{2}$

ולכן סה"כ $\binom{7}{2}\binom{8}{3}\binom{9}{2}$

תרגיל 6

במבחן בו כל שאלה שווה נק' אחת, כיתה בת 10 תלמידים קיבלה סה"כ 37 נקודות. כמה אפשרויות יש לציונים של הכיתה?

נסמן את ציוני התלמידים x_1, x_2, \dots, x_{10}

זה כמו פתרונות אי שליליים למשוואה $x_1 + \dots + x_{10} = 37$

שזה כידוע $\binom{10+37-1}{10-1} = \binom{46}{9}$

(שימו לב שאין סיכוי שמישהו קיבל 100 ולכן לא צריך להגביל ולומר $x_i \leq 100$)

תרגיל 7

- א. הוכח כי $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$
- ב. הוכח כי $\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \dots \pm \binom{n}{n} = 0$
- (רמז: פתח לפי הבינום של ניוטון את $(1 + 1)^n$ ואת $(1 - 1)^n$)

בהצלחה!