תרגיל בית 8 -מתמטיקה בדידה

שאלה 1.
יהי (A,R) קס"ח ותת קבוצה $A \subseteq B$. הוכיחו או או הפריכו כי: $a = \inf(B)$ אם ורק אם a איבר ראשון ב-$B \cup \{a\}$.

שאלה 2. נסתכל על הקס"ח $(\mathbb{N}\backslash\{0\}, |)$ יהי $B = \{n, m\}$ תת קבוצה של $\mathbb{N}\backslash\{0\}$. מצאו את $\inf(B), \sup(B)$ אם קיימים. אם לא, מצאו: m, n כך ש-$\sup(B)$ או $\inf(B)$ לא קיים. (כמובן, יש להוכיח כל טענה).

שאלה 3. עבור הזוגות הסדורים הבאים:

(1) $([0,1) \times [0,1], \leq_s)$ (יחס המכפלה) כך ש- $(x,y) \leq_s (z,w) \Leftrightarrow (x \leq z) \wedge (y \leq w)$.

(2) $([0,1) \times [0,1], \leq_{\text{al}})$ כך ש- $(x,y) \leq_{\text{al}} (z,w) \Leftrightarrow (y \leq w) \vee ((y = w) \wedge (x \leq z))$ (היחס -הלקסיקוגרפי ההפוך).

מצאו והראו את הבאים:

א. הזוגות הסדורים הללו הם קס"ח (במובן החלש).

ב. מצאו עבור כל אחד מהקס"חים האלה: איבר מינימאלי, מקסימלי, מינימום , מקסימום (אם קיימים). אם לא קיימים הוכיחו זאת.

שאלה 4. יהי A קבוצה. נסתכל על הקבוצה הבאה:

$$\mathbf{P}(A) := \{P \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(A)) : \text{חלוקה על A } P\}$$

ונגדיר יחס $\leq$ על $\mathbf{P}(A)$ באופן הבא: $P_0 \leq P_1 \Leftrightarrow (\forall p_0 \in P_0 \exists p_1 \in P_1 : p_0 \subseteq p_1)$

א. הראו כי $(\mathbf{P}(A), \leq)$ קס"ח לכל קבוצה A.

ב. הוכח או הפרך: עבור כל תת-קבוצה בת 2 -איברים של הקס"ח קיים חסם עליון וחסם תחתון.