

### תרגיל 11 מופשטת 3

בכל התרגיל אתם מתבקשים לנמק את צעדיכם ככל האפשר.

1. מצאו את כל תתי השדות של  $\mathbb{Q}(\rho)$  כאשר  $\rho = e^{\frac{2\pi i}{5}}$  הוא שורש 5 פרימיטבי של 1. (ציירו את הסריג וציינו את המימדים)
2. תהי  $E/\mathbb{Q}$  הרחבת גלואה כך ש  $\text{Gal}(E/\mathbb{Q}) \cong S_n$  הוכיחו כי יש ל  $E$  תת שדה  $K$  כך ש  $[K : \mathbb{Q}] = 2$ .
3. הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה: יהי  $F, E$  שדות סופיים.  $|F| \mid |E|$  (הגודל של  $F$  מחלק את הגודל של  $E$ ) אם ורק אם  $F$  איזומורפי לתת שדה של  $E$ .
4. יהי  $f(x) \in \mathbb{Z}_3[x]$  פולינום אי פריק מדרגה 3 והי  $a$  שורש שלו (בשדה הפיצול). הוכיחו כי  $a^{13} \in \mathbb{Z}_3$ .