# תרגיל בית 7 במתמטיקה בדידה 2

# 83-118 סמסטר ב' תשע"ט

1. פתרו את נוסחאות הנסיגה הבאות:

(א) $M_n = 3M_{n-1} - 2M_{n-2}$ עם תנאי התחלה $M_0 = 0, M_1 = 1$ (הסדרה המתקבלת נקראת סדרת מספרי מרסן).

(ב) $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + n + 1$ עם תנאי התחלה $a_0 = 1, a_1 = 3$.

(ג) $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + 2 \cdot 3^{n-2}$ עם תנאי התחלה $a_0 = 1, a_1 = 2$.

(ד) $a_n = 6a_{n-1} - 11a_{n-2} + 6a_{n-3}$ עם תנאי התחלה $a_0 = 3, a_1 = 6, a_2 = 14$.

(ה) $f_n = 8f_{n-1} - 21f_{n-2} + 18f_{n-3}$ עם תנאי התחלה $f_0 = 0, f_1 = 1, f_2 = 2$.

(ו) $f_n = 3f_{n-1} + 4f_{n-2} - 12f_{n-3}$ עם תנאי התחלה $f_0 = 0, f_1 = f_2 = 1$.

2. מצאו פתרון פרטי לנוסחת הנסיגה $2a_n = 7a_{n-1} - 3a_{n-2}$ עם תנאי התחלה $a_0 = 1$, החסום ע"י קבוע (כלומר, קיים $M \in \mathbb{N}$ כך שלכל $n \in \mathbb{N}$ מתקיים: $|a_n| \leq M$).

3. כידוע, קו ישר מחלק את המישור לשני אזורים נפרדים. נסמן ב-$a_n$, את מספר האזורים המתקבלים מ-$n$ ישרים העוברים במישור, כך שכל זוג ישרים נחתכים, ואין שלושה ישרים הנחתכים בנקודה אחת. מצא את הביטוי המפורש ל-$a_n$. הדרכה: מצא תחילה נוסחת נסיגה.

4. יהי $p \in \mathbb{R}$ המקיים $0 < p < 1$. מצאו פתרון כללי לנוסחת הנסיגה הבאה: $a_n = pa_{n+1} + (1-p)a_{n-1}$. שימו לב שהנוסחא לא מוצגת בצורה הרגילה שלה. הצורה הרגילה של נוסחא זו היא: $pa_n = a_{n-1} - (1-p)a_{n-2}$. ($p$ פרמטר, שימו לב לפתרונות שונים עבור ערכים שונים של הפרמטר).