

## תרגיל בית 4

### שאלה 1

מצא את פולינום האינטרפולציה בשיטת ניוטון עבור נתונים

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	4	0	-2	0	1	0	-0.5

תשווה את הערכים של הנקודות הנתונות עם הערכים המתקבלים באותן הנקודות עבור פונקציה  $y = 2^{2-x} \cos(\pi x)$ . במידה והפולינום שמצאת הוא מהוה אינטרפולציה של הפונקציה הזאת (אם כן, הסבר מדוע).

**שאלה 2** מצא את פולינום האינטרפולציה בשיטת לגרנז' עבור נתונים

x	0	1	8	27
y	0	1	2	3

תשווה את הערכים של הפולינום האינטרפולציה שקיבלת בנקודות  $x = 0.5, 3.5, 18$  עם הערכים של פונקציה  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  באותן הנקודות. במידה והפולינום שמצאת הוא מהוה אינטרפולציה של הפונקציה הזאת (אם כן, הסבר מדוע), הערך שגיאת אינטרפולציה בקטע נתון.

**שאלה 3** נתונות נקודות  $(2,0.5)$ ,  $(-1, \frac{1}{3})$ ,  $(4,-6)$  ופונקציות הבסיס

. מצא פונקצית אינטרפולציה.  $\varphi_1 = \sin x$ ,  $\varphi_2 = \cos x$ ,  $\varphi_3 = \sin^2 x$

**שאלה 4. (15 נקודות)** יהי  $s(x)$  ספלאיין קובי טבעי העובר דרך הנקודות בטבלה

הנתונה. נניח כי

$$s(x) = \begin{cases} 2 - \frac{11}{3}x + \frac{5}{3}x^3, & 0 \leq x < 1 \\ A - \frac{56}{3}x + 15x^2 - \frac{10}{3}x^3, & 1 \leq x < 2 \\ -33 + \frac{124}{3}x + Bx^2 + Cx^3, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

מצא את A, B, ו-C.

**שאלה 5** מצא קירוב בעזרת פולינום ריבועי במובן ריבועים מיזעריים עבור הנתונים

הבאים

<b>x</b>	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>
<b>y</b>	<b>15</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>5</b>

**שאלה 6** מצא פולינום ממעלה 2 שהיא הקירוב הטוב ביותר במובן של ריבועים

מיזעריים לפונקציה  $f(x) = \cos x$  בקטע  $[0,1]$ .

## שאלה 7

א. כתוב את הפונקציה  $X=lufact(A,B)$  הבונה פתרון של מערכת ליניארית

$AX=B$ , כאשר  $A$  – מטריצה לא סינגולרית ע"י פירוק  $PA=LU$ .

כאן:  $A$  – מטריצה  $N \times N$ ,  $B$  – מטריצה  $N \times 1$ ,  $X$  – מטריצה  $N \times 1$  שהיר הפתרון של המערכת הנ"ל.

בתוכנה תיישמו דברים הבאים:

1. בחירת pivot

2. שיחלוף שורות. תשתמשו בפונקציה max של MATLAB.

3. בדיקה של אי-סינגולריות של המטריצה

4. חישוב של כופלי השורות

5. חישוב וקטור  $Y$  – פתרון של  $LY=PB$

6. חישוב וקטור  $X$  – פתרון של  $UX=Y$

ב. השתמש בתוכנה שכתבת ופתור מערכת שבה

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ -2 & -6 & -3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

השתמשו בפקודת MATLAB הבא:  $[L,U,P]=lu(A)$  כדי לבדוק את התשובה

ג. השתמשו בתוכניתכם שכתבתם כדי לפתור מערכת שבה  $A=[a_{ij}]_{N \times N}$ ,  $a_{ij} = i^{j-1}$  ו-

$B=[b_{ij}]_{N \times 1}$ ,  $b_{11} = N$ ;  $b_{i1} = \frac{i^N - 1}{i - 1}$  for  $i \geq 2$ . תשתמשו ב  $N = 3, 7, 11$ . הפתרון המדויק הוא

$X = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ . הסבירו את שוני בין הפתרון שקיבלתם לבין הפתרון המדויק.

## שאלה 8

א. תכתבו את הפונקציה  $X = \text{jacobi}(f, A, B, P, \text{delta}, \text{max1})$  – איטרצית יעקובי, כאשר  $P$  – נקודה התחלתית,  $\text{delta}$  – דיוק (המוגדר ע"י נורמה),  $\text{max1}$  – מספר איטרציות מקסימאלי.

ב. בעזרת תוכניתך פתור את המערכות הבאות, כאשר  $P_0 = 0$ . (השתמשו בפקודה `format long` וב- $\text{delta} = 10^{-9}$ )

$$\begin{cases} 5x - y + z = 10 \\ 2x + 8y - z = 11 \\ -x + y + 4z = 3 \end{cases} \quad (2) \qquad \begin{cases} -x + 3y = 1 \\ 6x - 2y = 2 \end{cases} \quad (1)$$

עבור כל מערכת תייצרו `plot` שבו בציר ה- $X$  יהיה מספר האיטרציה ובציר ה- $Y$  ערך של כל קואורדינאטה בפתרון.