

08.09.16

88-112 אלגברה לינארית 1 – קורס קיץ תשע"ו – מועד א'

מרצים: דר' מצרי אליהו, דר' ארז שיינר

אורך המבחן: 3 שעות.

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.

הוראות:

- יש לענות על כל 6 השאלות. סה"כ הניקוד המקסימלי 110 נק' (כל ציון מעל 100 יעוגל ל100).
- יש לענות על דפי הבחינה בלבד. ניתן להשתמש במחברת כטיוטה, אך המחברת לא תיבדק כלל.

שאלה	ניקוד
1	
2	
3	
4	
5	
6	
סה"כ	

## חלק א'

1. (20 נק') הוכיחו את המשפט הבא:

תהי מטריצה ריבועית  $A \in F^{n \times n}$ , ותהי מטריצה  $B$ .

אזי  $AB = I$  אם ורק אם  $BA = I$ .

2. (20 נק') יהי  $V$  מ"ו נוצר סופית, ויהי  $B = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  בסיס ל  $V$ . תהי העתקה

לינארית (אופרטור)  $T: V \rightarrow V$  המקיימת:

$$Tv_1 = 0$$

$$Tv_2 = v_1$$

$$Tv_3 = v_2$$

$\vdots$

$$Tv_n = v_{n-1}$$

א. (10 נק') מצאו את המטריצה המייצגת  $[T]_B^B$ .

ב. (10 נק') מצאו בסיס ומימד לגרעין ולתמונה  $\ker(T), \text{Im}(T)$ .

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

3. (10 נק') יהי  $V$  מ"ו נוצר סופית, ויהיו  $B, C$  בסיסים ל  $V$ . תהי העתקה לינארית

$$T: V \rightarrow V \text{ (אופרטור) הוכיחו כי } \left| [T]_B^B \right| = \left| [T]_C^C \right|$$

(כלומר, הדטרמיננטה של המטריצות המייצגות שווה).

4. (20 נק') נתונים תתי מרחב וקטוריים של  $\mathbb{R}^4$ :

$$W = \{(a, b, b, a+b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$$

$$U = sp\{(2, 1, 1, 0), (1, 0, 1, 1), (4, 1, 3, 5)\}$$

- א. מצאו בסיס ומימד עבור  $U$ .
- ב. מצאו בסיס ומימד עבור  $W$ .
- ג. מצאו בסיס ומימד עבור  $U \cap W$ .
- ד. מצאו בסיס ומימד עבור  $U + W$ .

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

.5

- א. (12 נק') האם קיימת העתקה לינארית  $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  כך ש  $T^2 = 0$  (כאשר  $T^2 = T \circ T$ ) המקיימת  $(1, 2, 0, 2), (1, 1, 0, 0) \in \text{Im}(T)$ . אם כן מצאו נוסחא מפורשת להעתקה כזו.
- ב. (8 נק') תהיינה שתי מטריצות ריבועיות  $A, B \in F^{n \times n}$  כך ש  $A$  סימטרית,  $B$  אינטי סימטרית, ו  $AB = BA$  הוכיחו כי  $AB = BA$ .



דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

א. (12 נק') נתונה  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  חשבו את  $A^{2016}, A^{2017}$ .

ב. (8 נק') מצאו לאילו ערכי  $a$ , אם בכלל, הקבוצה הבאה בת"ל

$$A = \{(a, 1, -a), (1, 0, 0), (1, 2a, 3a+1)\}$$

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_