

פונקציות מרוכבות  
תרגיל בית מס' 4

1. תהי  $u(x, y) = e^x (x \cos y - y \sin y)$ . מצא פונקציה הרמונית צמודה ל-  $u$ .

2. מצא את כל הפונקציות ההרמוניות האפשריות מסוג  $u(x, y) = \varphi(x^2 - y^2)$ . במילים אחרות מצא את התבנית לפונקציה (ממשית)  $\varphi$ .

3. מצא את האינטגרלים הבאים:

א.  $\int_0^1 e^{it} \cdot \cos(at) dt, a \in \mathbb{R}$

ב.  $\int_{-1}^1 \frac{dt}{t^2 + i}$

4. חשב את האינטגרל  $\int_{\gamma} (z^2 + z\bar{z}) dz$  כאשר  $\gamma: |z|=1, 0 \leq \arg(z) \leq \pi$ .

5. חשב את האינטגרל  $\int_C \bar{z} dz$  כאשר:

א.  $C$  חצי העליון של עיגול היחידה.

ב.  $C$  קטע בין 1 ל-1 על הציר הממשי.

6. הוכח  $\left| \int_{\Gamma} \frac{1}{z^2} dz \right| \leq 2$ , כאשר  $\Gamma$  הוא הקטע המקשר בין הנקודות  $z_0 = -1+i$  ו-  $z_1 = 1+i$ .

7. הוכיחו  $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\Gamma_R} \frac{z^2 + 2z - 5}{(z^2 + 4)(z^2 + 2z + 2)} dz = 0$  כאשר  $\Gamma_R = \{z \mid |z|=R\}$ .

PDFfill PDF Editor with Free Writer and Tools