

(1) חשבון:

(א) $\{0, 1, 2\} \times \{0, 3\}$

(ב) $\{0, 3\} \times \{0, 1, 2\}$

(ג) $\{1, \{2\}\} \times \{\{0\}, 1, 2\}$

(ד) $\mathbb{N} \times \emptyset$

(ה) $P(\{1, 2\}) \times \{1, 2\}$

(ו) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$

(2) הוכיחו או הפריכו:

(א) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

(ב) $P(A \times B) = P(A) \times P(B)$

(3) מצאו תנאי מספיק והכרחי על קבוצות A ו- B כדי שיתקיים $A \times B = B \times A$.(א) יהיו A, B, C, D קבוצות לא ריקות. הראו ש- $A \times B \subseteq C \times D$ אם ורק אם $A \subseteq C$ ו- $B \subseteq D$.

(ב) בדקו מה קורה לתוצאה של סעיף א, אם אחת הקבוצות ריקה.

לגבי כל אחד מהיחסים הבאים על המספרים הטבעיים קבעו אם הוא רפלקסיבי סימטרי, אנטי-סימטרי או טרנזיטיבי

(א) $S = \{(x, y) : x + y > 10\}$

(ב) $S = \{(x, y) : xy < 10\}$

(ג) $S = \{(x, y) : |x - y| < 2\}$

(ד) $S = \{(x, y) : y \text{ מתחלק ב-} x\}$

מתחלק ב- y פירושו: קיים $z \in \mathbb{N}$ כך ש- $yz = x$, כלומר 0 מתחלק ב-0.

נתונה הקבוצה $A = \{1, 2, 3\}$. מי מהבאים הוא סדר חלקי על A ?

$$R = \{(1, 1), (2, 2), (1, 2)\} \quad (\text{א})$$

$$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\} \quad (\text{ב})$$

$$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2)\} \quad (\text{ג})$$

$$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\} \quad (\text{ד})$$

$$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 1)\} \quad (\text{ה})$$

$$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (1, 3)\} \quad (\text{ו})$$

$$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 2), (2, 1), (3, 1)\} \quad (\text{ז})$$

בכל אחד מהסעיפים הבאים בדקו האם היחס R מעל הקבוצה A הינו יחס סימטרי, אנטי-סימטרי, רפלקסיבי, טרנזיטיבי.

(א) $A = \mathbb{N}$, ולכל $a, b \in A$, $(a, b) \in R$ אם ל a ו- b אותו מספר ספרות.

(ב) $A = \mathbb{N}$, ולכל $a, b \in A$, $(a, b) \in R$ אם ל $a + b$ מתחלק ב 3.

(ג) $A = \mathbb{N}$, ולכל $a, b \in A$, $(a, b) \in R$ אם ל a מחלק את b .

(ד) $A = \mathcal{P}(\mathbb{N}) \times \mathcal{P}(\mathbb{N})$, ולכל $(X, Y), (Z, W) \in A$, $(X, Y) R (Z, W)$ אם $X \cup W = Y \cup Z$.

(ה) $A = \mathbb{N} \setminus \{0\}$, ולכל $a, b \in A$, $(a, b) \in R$ אם ab הינו ריבוע של מספר שלם.

(ו) $A = \mathcal{P}(\mathbb{N})$, ולכל $X, Y \in A$, $(X, Y) \in R$ אם $X \Delta Y \notin 1$.

(ז) $A = \mathcal{P}(\mathbb{N})$, ולכל $X, Y \in A$, $(X, Y) \in R$ אם $X \Delta Y$ סופית.

(ח) $A = \mathcal{P}(\mathbb{N})$, ולכל $X, Y \in A$, $(X, Y) \in R$ אם $X \Delta Y$ אינסופית.