

15.02.20 – 132-89 אינפי 1 מדמ"ח – מבחן לדוגמא תש"ף

מרצים: מר אלעד עטייא, דר' ארז שיינר

אורך המבחן: 3 שעות.

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.

הוראות: יש לענות על כל 5 השאלות, יש לנמק ולהוכיח היטב כל טענה.

יש לכתוב את התשובה לכל שאלה על טופס המבחן, מיד לאחר השאלה.

כל שאלה שווה 22 נק' סה"כ הניקוד המקסימלי 110 נק' (כל ציון מעל 100 יעוגל ל100).

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) \ln(x)$

ב. $\lim_{x \rightarrow e} (\ln(x))^{x-e}$

ג. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x^2} - 1) \cos(\ln(1+x^2)e^x)}{1 - \cos(3x)}$

2. שאלה המורכבת משאלות משיעורי הבית.

3. לכל אחד מן הטורים הבאים קבעו אם הוא מתכנס בהחלט/ בתנאי/ מתבדר:

א. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+\sin(n)}{n^2+2}$

ב. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right)}{n}$

ג. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)}{\sqrt{n}}$

א. מצאו את הערך המינימלי של הפונקציה $f(x) = e^x + e^{-x}$.

ב. תהי סדרה המוגדרת ע"י כלל הנסיגה $a_{n+1} = a_n e^{a_n} + \frac{a_n}{e^{a_n}}$, בהנתן ש $a_1 > 0$.

חשבו את $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

א. תהי סדרה חיובית $0 < a_n$ ומונוטונית עולה כך שלכל $k \in \mathbb{N}$ מתקיים כי $a_{n+k} - a_n \rightarrow 0$. הוכיחו/הפריכו: הסדרה a_n בהכרח מתכנסת לגבול סופי.

ב. תהי פונקציה f הרציפה בכל \mathbb{R} , כך ש $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ וגם $\lim_{x \rightarrow (-\infty)} f(x) = 0$.

הוכיחו כי הפונקציה חסומה מלמטה (כלומר קיים $m \in \mathbb{R}$ כך שלכל $x \in \mathbb{R}$ מתקיים $m \leq f(x)$).

