

תרגיל 1- סדרות וגבול של סדרה

1. לכל אחד מהסדרות הבאות מצאו את הגבול והוכיחו לפי ההגדרה שאכן הסדרה מתכנסת לאותו גבול

א. $a_n = \frac{2n + (-1)^n}{3n}$

ב. $a_n = \frac{5n}{n^2 + 3n + 1}$

ג. $a_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$

2. חשבו את הגבולות הבאים

א. $a_n = \sqrt{3n^2 + 1} - \sqrt{5n}$

ב. $a_n = \sqrt{\frac{5n+2}{3n^2+1}}$

3. הוכיחו בעזרת הגדרת הגבול שהסדרה הבאה לא מתכנסת:

$$a_n = \sqrt{n+1}$$

4. הוכיחו/ הפריכו:

א. אם $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L \in \mathbb{R}$ ו $a_n > 10$ לכל n טבעי, אז $L > 10$

ב. אם $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L \in \mathbb{R}$ אז $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = |L|$

ג. אם $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^2 = L > 0$ אז $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \sqrt{L}$

ד. אם $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^2 = L > 0$ וגם $a_n > 0$ לכל n אז $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \sqrt{L}$

בהצלחה!