

בוחר בקורס מתמטיקה בדידה 88-195 קיץ תשע"ח

25.07.2018 י"ג אב תשע"ח

מתרגלים: עובד נגר, אלעד עטייה, תמר בר-און, עדי בן-צבי, אריאל ויצמן, טויטו מיכאל.

- רשמו על מחברת הבחינה את שם המרצה ושם המתרגל אצלם אתם לומדים.
- ענו על כל השאלות. הניקוד המקסימלי הוא 105 נקודות.
- משך הבוחן: שעה ורבע.
- אסור לענות בעט אדום.
- כל חומר עזר אסור.

1. בשאלה זו אין קשר בין הסעיפים.

(א) (18 נק') נתבונן בנוסחת הנסיגה:

$$a_n = \begin{cases} -1 & n = 1 \\ 0 & n = 2 \\ 2a_{n-1} - a_{n-2} + 2 & n > 2 \end{cases}$$

הוכיחו שמתקיים:

$$a_n = n^2 - 2n$$

לכל $n \in \mathbb{N}$

(ב) (17 נק') תהינה A, B, C קבוצות. הוכיחו או הפריכו:

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

2. לכל $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ נגדיר את הקבוצה $A_n = \{k \in \mathbb{N} | 2 \leq k \leq 3n - 2\}$,

ותהי $B_n = A_{n+1} \setminus A_n$.

(א) (18 נק') חשבו את $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n$. הוכיחו את תשובתכם.

(ב) (17 נק') נסמן $D_n = \mathbb{N} \setminus B_n$. חשבו את $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} D_n$.

3. תהי A קבוצה המקיימת: $|A| = n$. נגדיר שני יחסים על $A \times A$ באופן הבא:

$$(a, b) R_1 (c, d) \iff \{a, b\} \cap \{c, d\} \neq \emptyset, \quad (a, b) R_2 (c, d) \iff a = c$$

(א) (18 נק') עבור כל אחד מהיחסים קבעו אם הוא יחס שקילות.

(ב) (17 נק') עבור כל יחס שקבעתם שהוא יחס שקילות - מצאו את גודל קבוצת המנה. (בטאו את התשובה באמצעות n).