פתרון בוחן לדוגמה:

1. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

(א) הפרכה. ניקח, למשל, $A = C = \{1,2,3\}$ וניקח $B = \{4\}$, ואז $A \nsubseteq B \cap C$ אך הקבוצה $(A \backslash B) \cap (B \backslash C)$ היא ריקה.

(ב) הוכחה. נשתמש בהכלה דו כיוונית. לכיוון הראשון, תהי $X \in P(A) \cap P(B)$. לפי הגדרת החיתוך, $X \in P(A)$ וגם $X \in P(B)$, כלומר $X \subseteq A$ וגם $X \subseteq B$. שוב, לפי הגדרת החיתוך נקבל $X \subseteq A \cap B$, אלא שהחיתוך הוא ריק ולכן $X = \phi$, כלומר $X \in \{\phi\}$. לכיוון השני, תהי $X \in \{\phi\}$. לכן $X = \phi$. קבוצה ריקה היא תמיד איבר בקבוצת חזקה, ולכן $X \in P(A)$ וגם $X \in P(B)$ ולפי הגדרת חיתוך, $X \in P(A) \cap P(B)$. לפי הכלה דו־כיוונית, הקבוצות אכן שוות.

2. קבוצת המנה היא קבוצת מחלקות השקילות. לכן השאלה היא כמה מחלקות שקילות יש. כדי להבין זאת, יש להבין אילו איברים מתייחסים זה לזה. יהיה אולי יותר נוח להבין מתי איברים לא מתייחסים זה לזה, כלומר הזוג הסדור שלהם נמצא במשלים של R ; אינטואיטיבית כדאי לחשוב בכיוון הזה כי נתנו לנו מידע על היחס המשלים. נתבונן בזוג סדור ביחס המשלים: $(x,y) \in R^c$. אם הזוג (y,x) נמצא ביחס R שלנו, נקבל שהוא לא סימטרי (כי הרי $(x,y) \in R^c$ ולפי הגדרת המשלים זה נותן שהזוג (x,y) לא שייך ליחס R), וזו סתירה, כי הרי R הוא יחס שקילות. לכן, הזוג הסדור (y,x) לא נמצא ביחס R ולכן הוא נמצא ביחס המשלים. כלומר, $(x,y),(y,x) \in R^c$.לפי הנתון היחס המשלים טרנזיטיבי ולכן $(x,x) \in R^c$, אלא שאז נקבל שהזוג (x,x) לא נמצא ביחס R שלנו, בסתירה לכך שהוא רפלקסיבי! לכן, הזוג הסדור (x,y) לא נמצא ביחס המשלים. כלומר, כל זוג סדור בקבוצה $A \times A$ נמצא ביחס R, לכן כל איבר מתייחס לאחר. במילים אחרות, יש רק מחלקת שקילות אחת (שבה נמצאים כל האיברים) ולכן בקבוצת המנה יש רק איבר אחד.

3. הוכחה באינדוקציה; נמצאת בקובץ "קצת אינדוקציה".

4. האם יחסים הבאים הם יחסי שקילות - הכוונה היא כמובן להוכיחו/הפריכו.

(א) לא, ניקח למשל $A=\{1,2,3\}$ ואת היחסים $R=\{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(2,1)\}$, $S=\{(1,1),(2,2),(3,3),(3,2),(2,3)\}$. אלו יחסי שקילות, אך האיחוד $R\cup S$ לא טרנזיטיבי.

(ב) לא. אותה דוגמה כמו בסעיף קודם.

(ג) לא. בקבוצה $R\times S$ אין זוגות סדורים של איברים מהקבוצה A (אלא זוגות של סדורים של זוגות סדורים של איברי הקבוצה A) ולכן היא בכלל לא יחס על A, קל וחומר שלא יחס שקילות על A.

5. בתרגיל 7 ראינו שיחס חלוקה כזה הוא יחס שקילות. לכן הוא רפלקסיבי, סימטרי וטרנזיטיבי; לא אנטי רפלקסיבי ולא אנטי סימטרי. בבוחן כמובן יש להוכיח כל אחת מהתכונות, כמו שהוכח בפתרון תרגיל 7.