

## תרגיל בית 3 בשדות ותורת גלואה 88-311 סמסטר א' תשע"ט

**שאלה 1** (חימום). תהי  $K/F$  הרחבת שדות מממד ראשוני. יהי  $F \subseteq L \subseteq K$  שדה ביניים. הוכיחו  $L = F$  או  $L = K$ .

**שאלה 2**. תהי  $K/F$  הרחבת שדות. הוכיחו (למשל באינדוקציה) שלכל  $a_1, \dots, a_n \in K$  מתקיים

$$[F[a_1, \dots, a_n] : F] \leq \prod_{i=1}^n [F[a_i] : F]$$

**שאלה 3**. מצאו את הפולינום המינימלי של האיברים הבאים מעל השדה המצויין:

א.  $\sqrt[3]{5}$  מעל  $\mathbb{Q}$ .

ב.  $\sqrt{2}$  מעל  $\mathbb{Q}[i]$ .

ג.  $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$  מעל  $\mathbb{Q}$ .

ד.  $i + \sqrt{2}$  מעל  $\mathbb{Q}$ .

**שאלה 4**. תהי  $K/F$  הרחבת שדות, ויהי  $\alpha \in K$  עם פולינום מינימלי

$$m_\alpha(x) = x^n - c \in F[x]$$

עבור  $m \in \mathbb{N}$  מצאו את  $m_\alpha^m(x)$ , הפולינום המינימלי של  $\alpha^m$ . הדרכה:

א. הניחו  $m|n$  ומצאו פולינום שמתאפס ב- $\alpha^m$ .

ב. למקרה הכללי סמנו  $d = (n, m)$  ומצאו קודם את  $m_\alpha^d(x)$ .

בהצלחה!