

# תרגיל בית 6 – מופשטת קיץ 2013

## שאלה 1

- א. מצא כמה לוחות  $3 \times 3$  לא שקולים קיימים (עד כדי סימטריות של הריבוע, כלומר סיבובים ושיקופים) אם מותר לצבוע ב-2 צבעים.
- ב. כמה לוחות  $5 \times 5$  לא שקולים (לגבי הסיבובים) קיימים אם מותר לצבוע את הלוחות ב-3 צבעים קבועים.

## שאלה 2

תהי  $G$  חבורה סופית מסדר אי זוגי. הוכיחו שלכל  $x \in G, x \neq 1$ , אינו צמוד להופכי שלו.

(שימו לב שיש יותר מדרך אחת לפתור שאלה זו, אך על מנת לתרגל את המושגים הטריים יותר, נסו לפתור אותה באמצעות מחלקות צמידות.)

## שאלה 3

רשמו את משוואת המחלקות עבור החבורות  $S_4, S_5, D_4$ .

למשל: משוואת המחלקות של  $D_6$  היא  $12 = 2 + 3 + 3 + 2 + 2$ .

## שאלה 4

תנו דוגמאות לחבורה:

א. פתירה ופשוטה;

ב. פתירה ולא פשוטה;

ג. לא פתירה ופשוטה;

ד. לא פתירה ולא פשוטה.

## שאלה 5

תהא  $G$  חבורה מסדר  $p^2q$  (עבור  $p, q$  ראשוניים) הוכיחו ש-  $G$  פתירה.

## שאלה 6

- א. תהא  $G$  חבורה מסדר 34. הוכיחו שהיא פתירה.
- ב. תהא  $G$  חבורה עם: 20,52 או 175 איברים. הוכיחו ש  $G$  לא פשוטה.
- ג. הוכיחו או הפריכו: אין חבורה פשוטה מסדר 125.
- ד. תהא  $G$  חבורה מסדר 1645 או 9797. הוכיחו ש  $G$  ציקלית.
- ה. הוכיחו או הפריכו: כל חבורה מסדר 15,16,17 היא אבלית.
- ו. הוכיחו שחבורה מסדר 42 אינה פשוטה.
- ז. הוכיחו שחבורה מסדר 130 אינה פשוטה, ומצאו חבורה לא אבלית מסדר זה.

## שאלה 7

- א. הוכיחו: תהי  $K$  תת חבורת  $p$  סילו של  $G$ , ותהי  $H < G$ . אזי  $H \cap K$  היא תת חבורת  $p$  סילו של  $H$ .
- ב. תנו דוגמה נגדית במקרה ש-  $H$  אינה נורמלית.

## שאלה 8

תהי  $N < G$  ויהי  $f: G \rightarrow G/N$  ההומומורפיזם הטבעי. (הכל סופי). הוכיחו שהתמונה של כל תת חבורת  $p$ -סילו של  $G$ , היא תת חבורת  $p$ -סילו של  $G/N$  (שימו לב שהתמונה היא  $(PN)/N$ ).

## שאלה 9

הוכיחו שכל חבורה מסדר 88 היא פתירה.

**בהצלחה!**