

מתרגלת: הילה זרוסים

דוא"ל: hila.zarosim@gmail.com

אתר: <http://u.cs.biu.ac.il/~zarosih/Complexity.html>

## הגדרות

### בעיית הכרעה

המטרה היא לקבוע האם קיים פתרון לבעיה או לא(התשובה כן/לא)

### בעיית חיפוש/אופטימיזציה

המטרה היא מציאת פתרון לבעיה(או להחזיר שאין)/מציאת פתרון אופטימלי לבעיה

### רדוקציית טיורינג(קוק) פולינומית

נתונות שתי בעיות חישוביות  $L_1$  ו  $L_2$ . נאמר ש  $L_2 \leq^p L_1$  אם בהנתן "קופסה שחורה"  $A$  שפותרת את  $L_1$ , ניתן לבנות אלגוריתם פולינומי  $M$  שפותר את  $L_2$  תוך שימוש ב  $A$ .

### רדוקציה עצמית

היא רדוקציית טיורינג במעייית החיפוש/האופטימיזציה לבעיית ההכרעה. כלומר בהנתן "קופסה שחורה"  $A$  שפותרת את בעיית ההכרעה, נבנה אלגוריתם פולינומי שפותר את בעיית החיפוש/אופטימיזציה.

## SAT

נתונה נוסחה בוליאנית  $\varphi$  בצורת CNF:

$$\varphi = (\alpha_{11} \vee \alpha_{12} \vee \dots \vee \alpha_{1n_1}) \wedge (\alpha_{21} \vee \dots \vee \alpha_{2n_2}) \wedge \dots$$

1. האם  $\varphi$  ניתנת לסיפוק?

2. מהי השמת האמת המספקת את  $\varphi$  (אם קיימת)?

### רדוקציה עצמית ל SAT

קלט: נוסחה בוליאנית  $\varphi$

המטרה: מציאת השמת אמת המספקת את  $\varphi$  תוך שימוש ב"קופסה שחורה"  $A$  שמכריעה את SAT.

1. אם  $A(\varphi) = 1$  אם לא, החזר "לא" וסיים.

2. עבור  $i$  מ 1 עד  $n$ :

- 2.1. הצב  $\alpha_i = T$  וצמצם את  $\varphi$  ל $\varphi_T$ .
- 2.2. אם  $A(\varphi_T) = 1$ , המשך עם  $\varphi_T$ .
- 2.3. אחרת, הצב  $\alpha_i = F$ , צמצם את  $\varphi$  ל $\varphi_F$  והמשך אם  $\varphi_F$ .
- 2.4. החזר את השמת האמת שהתקבלה.

## דוגמה

$$\varphi = (\alpha_1 \vee \neg\alpha_2 \vee \alpha_3) \wedge (\neg\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \alpha_3) \wedge (\neg\alpha_1 \vee \neg\alpha_2 \vee \neg\alpha_3)$$

$$A(\varphi) = 1 \quad .1$$

$$.2 \text{ נציב } \alpha_1 = T$$

$$\varphi_T = (\alpha_2 \vee \alpha_3) \wedge (\neg\alpha_2 \vee \neg\alpha_3)$$

$$A(\varphi_T) = 1$$

$$.2 \text{ נציב } \alpha_2 = T$$

$$\varphi_{TT} = \neg\alpha_3$$

$$.2 \text{ נציב } \alpha_3 = T$$

$$\varphi_{TTT} = \text{FALSE}$$

$$A(\varphi_{TTT}) = 0 \text{ ולכן נציב } \alpha_3 = F$$

## Clique

### בעיית אופטימיזציה

נתון גרף לא מכוון  $G$ . יש למצוא את קבוצת הקודקודים המקסימלית שמהווה קליק (קבוצת קדקדים כך שבין כל זוג קדקדים יש קשת).

### בעיית הכרעה

נתון גרף לא מכוון  $G$  ופרמטר  $k$ . האם קיים בגודל  $k \leq ?$

### רדוקציה עצמית

**שלב א':** מציאת גודל הקליק המקסימלי.

עבור  $i$  מ $1$  עד  $n$ : אם  $A(G, i) = 1$ , אזי  $k = i$  והמשך לשלב ב'.

**שלב ב':** מציאת קבוצת הקודקודים שמהווה קליק.

לכל קדקד  $v$  בגרף  $G$ : צור עותק  $G'$  של  $G$  ללא הקדקד  $v$ . אם  $A(G', k) = 1$ , אזי  $G' \leftarrow G$ .

בסוף התהליך, הקדקדים שנשארו בגרף מהווים קליק בגודל  $k$ .