

שאלות בנושא חתכים :

שאלה 1

מהם החתכים האפשריים לצורות הבאות :

א. אליפסואיד : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

תשובה : אם נציב את אחת מהאפשרויות : $x, y, z = 0$ נקבל אליפסה.

לדוגמה : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

ב. פרבולואיד אליפטי : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z}{c}$

תשובה : עבור $z = d \geq 0$ נקבל אליפסה. בפרט אם $a = b$ נקבל מעגל.
נקבל פרבולות. $x = d, y = d$

לדוגמה : $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = \frac{z}{3}$ אם נציב $x = 6$ נקבל $\frac{36}{4} + \frac{y^2}{9} = \frac{z}{3}$ כלומר :

$\frac{y^2}{9} + 27 = z$ שזוהי משוואת פרבולה.

ג. חרוט אליפטי $a, b, c > 0$ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}$

תשובה: עבור $z = d$ נקבל אליפסה.

עבור $x = 0, y = 0$ נקבל לדוג' $\frac{x^2}{a^2} = \frac{z^2}{c^2}$ כלומר : $x^2 = \frac{a^2}{c^2} z^2$

שאלו בעצם שני קווים ישרים $x = \pm \frac{a}{c} z$

ד. היפרבולואיד חד יריעתי $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

תשובה : עבור $z = d$ נקבל אליפסה. בפרט אם $a = b$ נקבל מעגל.
נקבל היפרבולות. $x = d, y = d$

לדוגמה : עבור $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} - \frac{z^2}{1} = 1$ אם נציב $x = 4$ נקבל : $\frac{y^2}{3} - \frac{z^2}{1} = -7$ שזה

בעצם : $\frac{z^2}{7} - \frac{y^2}{21} = 1$ שזוהי משוואת היפרבולה.

ה. היפרבולואיד דו יריעתי : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

תשובה : עבור $z = d$ נקבל אליפסה.
נקבל היפרבולות. $x = 0, y = 0$

לדוגמה : עבור $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} - \frac{z^2}{1} = 1$ אם נציב $y = 0$ $\frac{x^2}{2} - z^2 = 1$

1. פרבולואיד היפרבולי $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \frac{z}{c}$, $a, b, c > 0$

תשובה : עבור $z = 0$ נקבל שני קווים כמו שהסברנו למעלה.

עבור $z = d > 0$: היפרבולה לדוגמה : עבור $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = \frac{z}{2}$ אם

נציב $z = 4$ נקבל $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 2$ שזה : $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{6} = 1$

שאלה 2

תנו דוגמאות למשוואות (לא עם פרמטרים אלא עם מספרים ממש) של משטחים (אליפסואיד, פרבולואיד, היפרבולואיד וכו') שהחתכים האפשריים שלו הם המוזכרים כאן הסבירו והוכיחו את תשובתכם (ניתן לענות על הכל לפי ההסברים הקודמים) :

1. פרבולה או אליפסה (תשובה: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = \frac{z}{3}$. יש להציב...)

2. היפרבולה או אליפסה.

3. 2 קווים או היפרבולה.

4. 2 קווים או אליפסה

5. וכו'...