

תרגיל בית 3 במתמטיקה בדידה 2
83-118 סמסטר ב' תשע"ח

22 במרץ 2018

1. השתמשו בנוסחת הבינום של ניוטון:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

והוכיחו בדרך אלגברית את הזהות הבאה:

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

2. יהיו $k, m, n \in \mathbb{N}$ כך ש $0 \leq k \leq m \leq n$ הוכיחו:

$$\binom{n}{k} \binom{k}{m} = \binom{n}{m} \binom{n-m}{k-m}$$

א. בדרך אלגברית.

ב. בדרך קומבינטורית.

3. יהיו $k, n \in \mathbb{N}$ כך ש $0 \leq k \leq n$ הוכיחו בדרך אלגברית:

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$$

4. יהיו $k, n, m \in \mathbb{N}$ כך ש $0 \leq k \leq n, m$ הוכיחו בדרך קומבינטורית:

$$\sum_{i=0}^k \binom{n}{i} \binom{m}{k-i} = \binom{n+m}{k}$$

5. יהיו $k, m, n \in \mathbb{N}$ כך ש $k+m \leq n$ הוכיחו:

$$\binom{n}{k+m} \leq \binom{n}{k} \cdot \binom{n-k}{m}$$

א. בדרך אלגברית.

ב. בדרך קומבינטורית.