

ועדת המשמעת מזהירה!
 נבחן שימצאו ברשותו תומרי
 עזר אסורים או יתפס בהעתק
 יענש בחומרה עד כדי הרחקת
 מהאוניברסיטה.

8³⁰

88-211-05-07

בס"ד

אוניברסיטת בר-אילן
 מבחן בקורס אלגברה מופשטת 1 (סמסטר קיץ)
 מרצה: פרופ' מיכאל מגרל
 תאריך: 9.10.07 מועד ב'
 חומר עזר: רק מחשבון
 משך המבחן: שעתיים וחצי.

השאלות:

5 מתוך 6

1. א. הוכח משפט Lagrange.
 ב. תן דוגמה של חבורה G עם 60 אלמנטים כך שקיימת בה תתחבורה לא נורמלית בעלת האינדקס שווה ל 3.
 ג. הוכח שאם $[G:H]=2$ אז תמיד $H \triangleleft G$. (לנמק היטב).
 ד. תאר קוסטים של $H := \{(t, 5t) : t \in \mathbb{R}\}$ ב $G = \mathbb{R}^2$.

2. א. תהי $D_4 = \langle a, \sigma \rangle$ חבורה דיהדרלית. נסמן:
 $H = \{e, \sigma a, a^2, \sigma a^3\}$
 $K = \{e, \sigma a\}$. הוכח:
 H ת"ח נורמלית ב- D_4 , K ת"ח נורמלית של H אבל K לא נורמלית ב D_4 .
 ב. הוכח שאם $K \leq H \triangleleft G$ ו- H ציקלית סופית אז $K \triangleleft G$.
 ג. הוכח שהמכפלה $C_{15} \times C_{27}$ היא לא ציקלית (לנמק היטב).

3. נגדיר $rank(G) \leq n$ אם לחבורה G יש קבוצת יוצרים בעלת n אלמנטים.
 הוכח או הפרך:
 א. כל חבורה קומוטטיבית G עם $rank(G) \leq n$ איזומורפית לחבורת מנה של החבורה Z^n .
 ב. כל חבורה בעלת 120 אלמנטים איזומורפית לתת חבורה של חבורה G עם $rank(G) \leq 2$.
 ג. קיימת תת חבורה מסדר 34 בחבורה S_{15} .
 ד. ב- (\mathbb{R}^n, \cdot) אין תת חבורה בעלת אינקס = 2.

4. הוכח או הפרך:
 א. קיימת תת חבורה עם 45 איברים בחבורה סימטרית S_{15} .
 ב. במסלול הצמדה $[\beta] = \{g\beta g^{-1} : g \in S_4\}$ של $\beta = (1,4,2)$ יש 12 איברים.
 ג. נתונה התמורה $\alpha = (10,3)(4,15)(2,7,12)$. הסדר של התמורה α^7 שווה ל 6.
 ד. קיים אפימורפיזם $Z \times C_7 \rightarrow C_{16}$.