מבוא לטופולוגיה - תרגיל בית 4

1. יהיו X,Y קבוצות ו- $f:X\to Y$ העתקה.
<u>א' הוכיחו:</u> אם T_{disc} טופולוגיה דיסקרטית על X ו-Q טופולוגיה כלשהי על Y אז $f:(X,T_{disc})\to(Y,Q)$ רציפה.

<u>ב' הוכיחו</u> אם T טופולוגיה כלשהי על X ו-Q_{triv} טופולוגיה טריוויאלית על Y אז $f:(X,T)\to(Y,Q_{triv})$ רציפה.

<u>ג'</u> יהיו T_1,T_2 שתי טופולוגיות על X כך ש- $T_1\subseteq T_2$
ויהיו Q_1,Q_2 שתי טופולוגיות על Y כך ש-$Q_1\subseteq Q_2$.
<u>הוכיחו:</u> אם $f:(X,T_1)\to(Y,Q_2)$ רציפה אז
גם $f:(X,T_2)\to(Y,Q_1)$ רציפה.

2. <u>יהיו</u> M_1,M_2 שני מרחבים מטריים כך ש- $M_1\cong M_2$ כמרחבים טופולוגיים .
<u>הוכיחו</u> ש-M_1 קומפקטי אם"ם M_2 קומפקטי.

3. תוכיחו תכונות בסיסיות של סגור ופנים
(אפילו אם חלקן הוכח בהרצאה):
(a) $A\subseteq\bar{A}$
(b) $A\subseteq B\Rightarrow\bar{A}\subseteq\bar{B}$
(c) $\bar{A}$ קבוצה סגורה
(d) אם F קבוצה סגורה ו-$A\subseteq F$ אזי $\bar{A}\subseteq F$
(e) $\bar{\bar{A}}=\bar{A}$
(f) A סגורה $\Leftrightarrow$ $\bar{A}=A$
(g) נקודה p שייכת ל- $\bar{A}$ $\Leftrightarrow$ כל סביבה של p נחתכת עם A.
(h) A° קבוצה פתוחה.
(i) A° היא קבוצה של כל הנקודות הפנימיות ב-A.
(j) אם U קבוצה פתוחה ו-$U\subseteq A$ אזי $U\subseteq A^\circ$
(רמז: סדר נכון של הוכחת הסעיפים יקל את העבודה)

4. תהי A תת-קבוצה במרחב טופולוגי.

א) תוכיחו: $\overline{A^c} = (A^\circ)^c$.

ב) תוכיחו ש- $\bar{A} - A^\circ$ קבוצה סגורה.

5. תהי $f: X \to Y$ הומאומורפיזם. תכיחו:

א) $f(\bar{A}) = \overline{f(A)}$

ב) $f(A^\circ) = \left(f(A)\right)^\circ$