

תרגיל 7

שאלה 1

קבעו התכנסות בהחלט / בתנאי / התבדרות של הטורים הבאים:

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \quad .i$$

$$\alpha \in \mathbb{R} \text{ באשר } , \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\alpha n)}{n} \quad .ii$$

רמז:

מצאו לאילו ערכים של אלפה הטור $\sum \cos(\alpha n)$ חסום.

$$2\cos(k * a) \sin\left(\frac{a}{2}\right) = \sin\left(\left(k + \frac{1}{2}\right)a\right) - \sin\left(\left(k - \frac{1}{2}\right)a\right)$$

(איזה טור מתקבל לאחר שימוש בנוסחה זו?)

שאלה 2

i. יהיו $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ו- $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ טורים חיוביים, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ טור מתכנס. כמו כן נתון כי $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq \frac{b_{n+1}}{b_n}$ לכל n . הוכיחו כי

גם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ טור מתכנס. (רמז: הסתכלו על הטורים $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_1}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{b_1}$).

ii. תלמיד בקורס אינפי "פתר" את סעיף i. כדלהלן: "טור חיובי מתכנס לכן לפי מבחן דלמבר

$\limsup \frac{b_{n+1}}{b_n} < 1$. לכן מהנתון $\limsup \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ לכן לפי מבחן דלמבר הטור החיובי $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס." הפתרון שגוי. מה השלב השגוי בפתרון? הסבירו.