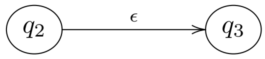
האם אוטומט לא דטרמיניסטי שקול ללא דטרמיניסטי עם מעברי ϵ?
כן!

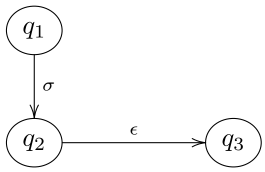
- עם מעברי ϵ:



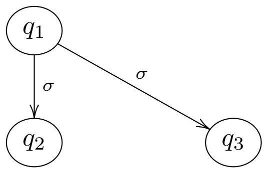
- בלי מעברי ϵ:

בשביל לראות שזה שקול, צריך להסתכל על התמונה הרחבה. יש q_1 שמגיע לq_2 לפני שq_2 עובר לq_3:

- עם מעברי ϵ:



- בלי מעברי ϵ:



משפט

לכל אוטומט לא דטרמיניסטי עם מעברי ϵ קיים אוטומט לא דטרמיניסטי שקול

הוכחה

בהינתן A_{EM} - לא דטרמיניסטי עם מעברי ϵ

$$A_{EM} = \langle Q_{EM}, \Sigma, q_{0EM}, \delta_{EM}, F_{EM} \rangle$$

נבנה A_{ND} - לא דטרמיניסטי

$$A_{ND} = \langle Q_{ND}, \Sigma, q_{0ND}, \delta_{ND}, F_{ND} \rangle$$

כך ש

$$Q_{ND}=Q_{EM}\qquad q_{0ND}=q_{0EM}$$

$$\delta_{ND}\left(q,\sigma\right)=\hat{\hat{\delta}}_{EM}\left(q,\sigma\right)$$

(תזכורת: $\hat{\hat{\delta}}$ היא ההרחבה למילים של δ)

בעיה המילה הריקה!

אנחנו תמיד בונים על אותיות לפני או אותיות אחרי, אבל במילה הריקה אין אותיות. מצד שני, אפשר לבדוק אם A_{EM} מקבל את המילה הריקה, ולפי זה לבחור אם q_{0ND} יהיה מצב מקבל או לא:

$$F_{ND}=\begin{cases}F_{EM}\cup\left\{q_{0EM}\right\} & L^{\epsilon}\left(q_{0EM}\right)\cap F_{EM}\neq\emptyset\\ F_{EM} & \text{otherwise}\end{cases}$$

סיכום ביניים

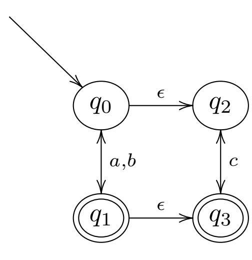
ראינו שלושה סוגים של אוטומטים:

1. אוטומט דטרמיניסטי
2. אוטומט לא דטרמיניסטי
3. אוטומט לא דטרמיניסטי עם מעברי אפסילון.

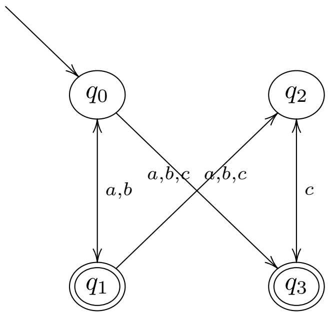
כל אוטומט תומך בכל הדברים של האוטומט לפניו, ולכן יכול לבצע את כל מה שהוא יכול לבצע. בכיוון ההפוך, ניתן להגיע מ2 ל1 ע"י אוטומט חזקה, ומ3 ל2 ע"י סילוק מעברי ϵ - ולכן שלושת האוטומטים שקולים.

תרגיל

בהינתן האוטומט הבא, <u>המירו</u> האוטומט(ע"י השיטה שנלמדה) לאוטומט לא דטרמיניסטי.



פתרון



שימושים למעברי ϵ

בהינתן L_1, L_2 רגולרית, הוכח $L_1 \cdot L_2$ רגולרית

נבנה את שני האוטומטים, $A = A_{L_1}, B = A_{L_2}$ אחד ליד השני. נגדיר את q_0 של A כמצב התחלתי, ומכל מצב מקבל של A נוציא מעבר ϵ לB

$$q_0' = q_{0A}$$

$$F' = F_B$$

$$\delta(q,\sigma) = \begin{cases} \{\delta_A(q,\sigma)\} & q \in Q_A \\ \{\delta_B(q,\sigma)\} & q \in Q_B \end{cases}$$

$$\forall_{q \in F_A} \delta(q,\epsilon) = \{q_{0B}\}$$

אם L רגולרי אז L^+ רגולרי

נוסיף מעברי ϵ מהמצבים המקבלים לq_0

אם L רגולרית אז גם L^* רגולרית

כמו קודם, אבל גם נגדיר מצב התחלתי חדש q_{00}, שהוא גם מצב מקבל, וממנו מעבר ϵ לq_0

אם L_1, L_2 רגולריות אז גם $L_1 \cup L_2$

לבנות את שני האוטומטים במקביל, ולהוסיף מצב התחלתי q_{00} שממנו יוצאים מעברי ϵ לq_0 של שני האוטומטים.

בהינתן אוטומט A קיים אוטומט סנוב המקבל אותה שפה.
אוטומט סנוב - אוטומט עבור $|F| = 1$

נוסיף מצב q_F שיהיה מצב מקבל יחיד, ומכל מצב מקבל מקורי נוציא מעבר ϵ לq_F.

ביטויים רגולריים

ביטוי רגולרי הוא ייצוג של שפה רגולרית.

expression	language\action
ϵ	$\{\epsilon\}$
a	$\{a\}$
r	L
$r_1 + r_2$	$L_1 \cup L_2$
$r_1 \cdot r_2$	$L_1 \cdot L_2$
r^*	L^*

דוגמה

$$L = \{a, ab\} = \{a\} \cup \{ab\} = \{a\} \cup \{a\} \cdot \{b\} = a + a \cdot b$$

תרגיל

$\Sigma = \{a, b\}$
רשמו ביטוי רגולרי לכל אחת מהשפות הבאות:

1. **שפת המילים הפותחות ב**ab

$$r = ab\,(a+b)^* = \{ab\}\,\{a,b\}^* = \{ab\}\,\Sigma^*$$

2. **שפת המילים המכילות הקטע** abb

$$(a+b)^*\,abb\,(a+b)^*$$

3.1 ביטוי א

3. שפת המילים באורך זוגי

$$((a+b)(a+b))^*$$

3.1 ביטוי ב

$$(aa+ab+ba+bb)^*$$

4. מילים בהן בכל מקום זוגי מופיעה רק האות b

$$((a+b)b)^*(\epsilon+(a+b))$$

5. שפת כל המילים המכילות <u>בדיוק</u> 2 או 3 aים כך ששני שaים הראשונים אינם רצופים

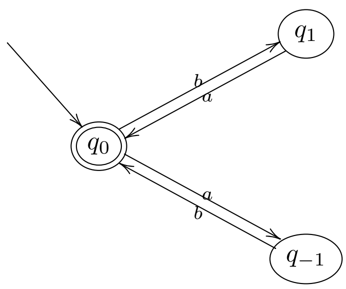
$$b^*abb^*ab^*(\epsilon+ab^*)$$

6

$$L_6=\left\{w\left|\begin{array}{c}\#_a(w)=\#_b(w)\\ \forall_{x,w\in x\{a,b\}^*}\left|\#_a(x)-\#_b(x)\right|\leq 1\end{array}\right.\right\}$$

רשמו ביטוי רגולרי עבור השפה L_6

6.1 צייור אוטומט המקבל את השפה



6.2 רשמו הביטוי בהתבסס על האוטומט

$r_6 = (ab + ba)^*$