

אנליזה 1 למורים - תרגיל 5

שאלה 1

הסדרה $\{a_n\}$ מוגדרת ע"י נוסחת הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{4} \\ a_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot a_n^2 \end{cases}$$

- א. הוכיחו באינדוקציה כי לכל n טבעי מתקיים $0 < a_n < 1$
 ב. הוכיחו כי $\{a_n\}$ מונוטונית יורדת
 ג. הסיקו ש- $\{a_n\}$ מתכנסת ומצאו את הגבול שלה.

שאלה 2

הסדרה $\{a_n\}$ מוגדרת ע"י נוסחת הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = \sqrt{3} \\ a_{n+1} = \sqrt{3 + a_n} \end{cases}$$

- א. הוכיחו כי $\{a_n\}$ מונוטונית עולה
 ב. הסיקו ש- $\{a_n\}$ מתכנסת ומצאו את הגבול שלה.

שאלה 3

תשתמשו בנוסחה הבאה שראינו בשיעור ומצאו את הגבולות הבאים:

תהי a_n סדרה ששואפת לאינסוף אזי: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{a_n}\right)^{a_n} = e$

א. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{n}\right)^{n+1}$

ב. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{2n}$

ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-2}{n^2-3}\right)^{4n^2-1}$