

תרגיל 5 אינפי 1 למדמ"ח

עוד על נגזרת

1. חשבו את הנגזרות $\frac{dy}{dx}$ עבור הפונקציות הבאות. אם לא נאמר אחרת בטאו את התשובה לפי x .

$$y = \sqrt[5]{2-3x} \quad (\text{א})$$

$$y = \cos \sqrt{x} \quad (\text{ב})$$

$$y = x^x \quad (\text{ג})$$

$$y = e^{-x^2} \quad (\text{ד})$$

$$y = \sin(2x) \cos^2(3x) \quad (\text{ה})$$

$$y = \frac{1}{u} \quad u = 3v + 4 \quad v = \frac{1}{x+1} \quad (\text{ו})$$

$$y = \frac{2t+3}{t+2} \quad x = \frac{2t+1}{t+2} \quad (\text{ז}) \quad (\text{בטאו את התשובה לפי } t \text{ ולפי } x)$$

$$y = \ln t \quad x = e^t \quad (\text{ח}) \quad (\text{בטאו את התשובה לפי } t \text{ ולפי } x)$$

2. גוף נע במישור לפי המשוואות

$$y = \sqrt{t} \quad x = \frac{1}{1-t^2}$$

מצאו את שיפוע הנתיב שבו הוא נע (מבוטא לפי t)

3. באילו נקודות הפונקציה:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{N} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

היא גזירה? חשבו את נגזרתה בכל נקודה בה היא גזירה.

4. נתון כי הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & x \geq 0 \\ \cos x & x < 0 \end{cases}$$

היא גזירה, מצאו את a, b . (רמז: שימו לב שאם ϵ אינפיניטיסימל אז $\cos \epsilon \approx 1$)

5. בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ נגדיר שתי פונקציות

$$y = \sin 2t \quad x = \sin t$$

מצאו את כל ערכי ה- x בהם הנגזרת של y לפי x היא 0.

6. תהי f גזירה ב- x_0 ו g פונקציה שאינה גזירה ב- x_0 . איזה מהטענות הבאות נכונה?
הסכום $f + g$:

(א) תמיד גזיר ב x_0 .

(ב) תמיד לא גזיר ב x_0 .

(ג) לא ניתן לקבוע (כלומר: קיימות f, g שעבורן הסכום גזיר וכאלה שעבורן הסכום לא גזיר).
הוכיחו טענתכם.

7. תהינה f, g פונקציות שאינן גזירות ב x_0 . איזה מהטענות הבאות נכונה? הסכום $f + g$:

(א) תמיד גזיר ב x_0 .

(ב) תמיד לא גזיר ב x_0 .

(ג) לא ניתן לקבוע (כלומר: קיימות f, g שעבורן הסכום גזיר וכאלה שעבורן הסכום לא גזיר).
הוכיחו טענתכם.