

תרגיל בית 4

שאלה 1

חשב את האינטגרלים המסוימים הבאים:

$$א. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin x \cdot \sqrt{1 - \cos x} dx$$

$$ב. \int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx$$

$$ג. \int_0^{\pi} |\sin x - \cos x| dx$$

שאלה 2

$$הוכח כי $\frac{2}{\sqrt[4]{e}} \leq \int_0^2 e^{x^2-x} dx \leq 2e^2$$$

שאלה 3

ישר $y = ax$ משיק לפונקציה $y = e^x$. מצא את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה וציר ה y .

שאלה 4

חשב את השטח המוגבל בין הפונקציות הבאות:

$$א. f(x) = x^4 + 2x^2 \quad g(x) = 28 - x^2$$

$$ב. f(x) = e^{3x} \quad h(x) = 4e^x \quad g(x) = e^{2x}$$

שאלה 5

ישר העובר דרך הראשית, מחלק את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x) = -x^3 + 4x$ וציר ה x ברביע הראשון, לשני חלקים שווים.

מצא את משוואת הישר ואת נקודת החיתוך עם גרף הפונקציה.

שאלה 6

חשב את אורך הגרפים של הפונקציות הבאות:

$$א. f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \text{בתחום } 0 \leq x \leq 1$$

$$ב. f(x) = \ln(\cos x) \quad \text{בתחום } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

שאלה 7

השטח שבין גרף הפונקציה $f(x) = \sin x$ ציר y , ציר x והישר $x = \pi$ מסתובב סביב ציר x . מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

שאלה 8

השטח שבין גרף הפונקציה $f(x) = x^2$ לציר x , בתחום $-1 \leq x \leq 2$ מסתובב סביב ציר y . מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

שאלה 9

רבע העיגול $x^2 + y^2 = 9$ ברביע הראשון, מסתובב סביב ציר y . מצא את שטח הפנים של הגוף.

שאלה 10

תהי $f(x)$ פונקציה רציפה. הוכח כי: $\int_0^{\pi} x \cdot f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx$