מבחן מועד ב' – 83-112 חדו"א 1 להנדסה – 07/03/21

מרצה: דר' ארז שיינר    משך המבחן: שלוש שעות    חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד

משקל כל שאלה: 20 נק'    ענו על כל השאלות    כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x\to 0}\frac{(e^x-1)(e^x-2)}{\ln(e^x+1)\ln(e^x+x)}$    ב. $\lim_{x\to\infty}\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}$    ג. $\lim_{n\to\infty}\sqrt[2n]{4^n+3^n}$

2.

א. חשבו את $\int \sin(2x)\, e^x\, dx$.

ב. חשבו את האינטגרל הבא $\int_4^\infty \frac{1}{x^2-2x-3}dx$.

3. נביט בפונקציה $h(x)=2x^3-6x^2-a(3x^2-12x)$

א. לכל ערך של הפרמטר $a\in\mathbb{R}$ מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $h$.

ב. לכל ערך של הפרמטר $a\in\mathbb{R}$ מצאו כמה פתרונות ישנם למשוואה $2x^3-6x^2=a(3x^2-12x)$, והוכיחו תשובתכם.

4. תהי $f$ פונקציה רציפה בכל הממשיים המקיימת לכל $x\in\mathbb{R}$ כי $f(x)>0$.

א. הוכיחו/הפריכו: קיים $M>0$ כך שלכל $x\in\mathbb{R}$ מתקיים כי $f(x)>M$.

ב. הוכיחו/הפריכו: קיים $M>0$ כך שלכל $x\in[0,1]$ מתקיים כי $f(x)>M$.

5. תהי סדרה המקיימת $a_{n+1}=a_n+\sqrt{|1-a_n|}$ לכל $n\in\mathbb{N}$.

א. הוכיחו כי הסדרה מונוטונית עולה.

ב. לכל ערך אי שלילי של האיבר הראשון $0\le a_1\in\mathbb{R}$, מצאו את גבול הסדרה.

6.

א. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n=\frac{1^4+2^4+\cdots+n^4}{n^5}$$

ב. מצאו מספר $a$ המקיים $\sin(1)-\frac{1}{1000}<a<\sin(1)$