

מבחן מועד ב' - חדו"א 1 לאודיסאה – 10/02/22

מרצה: דר' ארז שיינר
משך המבחן: שלוש שעות
חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד

משקל כל שאלה: 20 נק'
ענו על כל השאלות
כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x)+x}{\ln(1+x^x)\ln(1+x)}$
 ב. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} + \ln(x) \right)$
 ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$

2.

א. חשבו את $\int \frac{x^7}{x^2+2x+2} dx$

ב. קבעו אם האינטגרל הבא מתכנס או לא $\int_1^\infty \frac{1}{x+2^x} dx$

3.

א. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $e^x = \frac{1}{x}$

ב. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $e^x = \ln(x)$

4. תהי פונקציה f הגזירה בכל הממשיים כך ש לנגזרת f' מספר סופי של שורשים (חיתוכים עם ציר האיקס).

א. הוכיחו כי קיים M כך שלכל $x > M$ מתקיים $f(x) \neq 0$.

ב. הוכיחו/הפריכו: אם $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ אזי $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$.

5. תהי סדרה המקיימת לכל $n \in \mathbb{N}$ כי $a_{n+1} = \frac{2a_n^2+1}{a_n+2}$ וכן נתון כי $a_1 = \frac{1}{2}$.

א. הוכיחו כי הסדרה מונוטונית עולה.

ב. חשבו את גבול הסדרה.

6.

א. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 e^{\frac{k}{n}}}$$

ב. קרבו את $\ln(2) - \ln(3)$ עד שגיאה של $h = \frac{1}{100}$